

EKSAMENSSAMARBEIDENDE FORKURSINSTITUSJONER

Forkurs for 3-årig ingeniørutdanning og integrert masterstudium i teknologiske fag og tilhørende halvårig realfagskurs.

Universitetet i Sørøst-Norge, OsloMet, Høgskulen på Vestlandet, Høgskolen i Østfold, NTNU, Universitetet i Agder, Universitetet i Stavanger, UiT-Norges arktiske universitet, NKI, Metis.

Eksamensoppgave

MATEMATIKK

Bokmål

20. mai 2020

kl. 9.00-14.00

Hjelpemidler:

Alle skriftlige hjelpemidler, alle kalkulatorer.

Det presiseres at bruk av programvare/app som viser utregningssteg ikke er tillatt og følgelig vil bli betraktet som fusk, dette vil sjekkes med plagiattkontroll.

Andre opplysninger:

Oppgavesettet består av 4 sider medregnet forsiden, og inneholder 8 oppgaver.

Ved vurdering teller alle deloppgaver likt.

Erklæring: Ved innlevering av dette oppgavesettet, erkjenner jeg at jeg hverken har fått eller gitt relevant informasjon, tilknyttet svar eller løsningsmetoder til oppgavene i dette settet, fra eller til andre personer.

Oppgave 1

- a) Skriv så enkelt som mulig

$$\frac{\sqrt{5}(\sqrt[5]{a^2})^2 a^{\frac{1}{5}}}{a^{-1}(\sqrt{5}a^{\frac{1}{3}})^3}$$

- b) Regn ut

$$\frac{5t^2 - 45}{t - 3} : \frac{t + 2}{3t^2 + 6t}$$

- c) Løs

$$\ln x - \ln(x^2 - x) = 1$$

Oppgave 2

- a) Gjennomfør polynomdivisjonen

$$(3x^3 - 4x^2 - 14x + 11) : (x^2 - 3x + 2)$$

- b) Sjekk at $x + 3$ er en faktor i $x^3 - 13x - 12$.

- c) Løs ulikheten

$$x^3 - 13x > 12$$

Oppgave 3

Deriver funksjonene

a) $g(x) = \frac{\ln x}{x^2}$

b) $f(x) = x(x + 3)^3$

- c) Løs differensiallikningen

$$\frac{1}{2x}y' = e^{-y},$$

med randkrav $y = 1$ når $x = 0$.

Oppgave 4

Finn eksaktverdien for $\cos x$, $\sin 2x$, og $\tan x$ når det er gitt at $\sin x = \frac{1}{3}$, $x \in [90^\circ, 180^\circ]$.

Oppgave 5

Gitt en trekant ABC der $\angle A = 30^\circ$, $\angle B = 90^\circ$ og siden $AB = 3$.

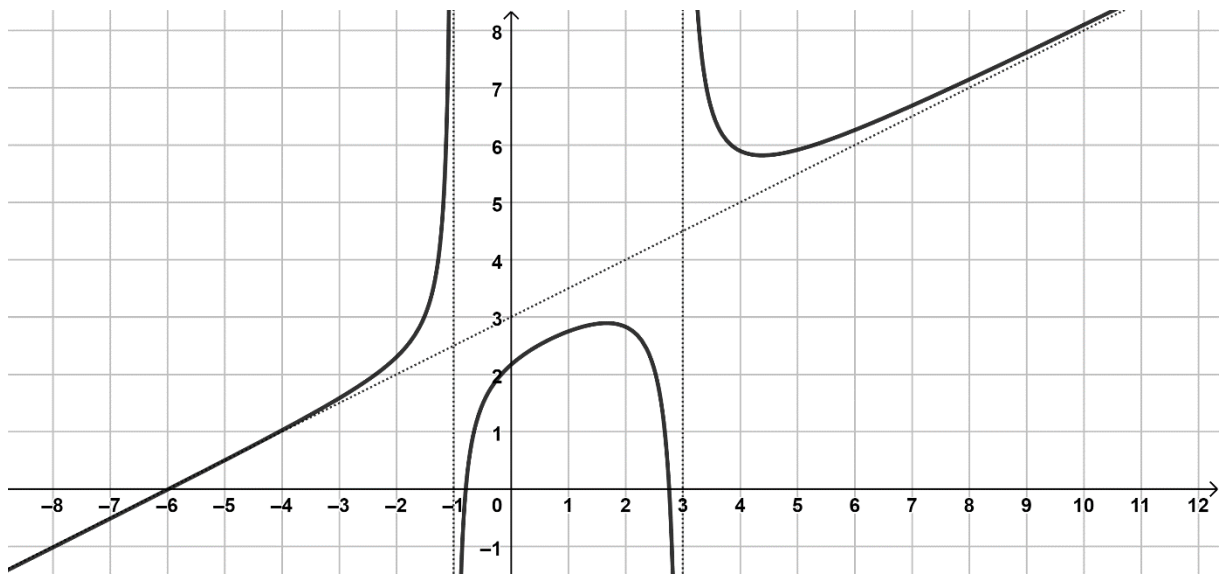
a) Finn lengde av AC .

Trekanten utvides med et punkt D slik at vi får en firkant $ABCD$. I denne firkanten er $\angle A = 70^\circ$ og $\angle C = 140^\circ$.

b) Finn $\angle D$ og lengden AD i denne firkanten.

c) Finn firkantens areal.

Oppgave 6



Figur 1: Grafen til en funksjon f . Du kan få bruk for de stiplede linjene til å løse oppgave 6.

- Finn likningene til eventuelle asymptoter til funksjonen f med graf i Figur 1.
- Tegn fortegnslinje for $f'(x)$ og $f''(x)$.
- Finn eventuelle topppunkter, bunnpunkter, vendepunkter. Bruk en desimal.

Oppgave 7

Gitt punktene $A(4,1,-1)$, $B(2,3,0)$ og $C(-2,2,1)$.

- Finn koordinatene til et punkt D slik at firkant $ABCD$ blir et parallelogram.
- Finn arealet til parallelogrammet $ABCD$.

$T(1,1,4)$ er toppunktet i en pyramide der $ABCD$ er grunnflata.

- Finn høyden fra T ned på grunnflata i pyramiden $ABCDT$.
- Finn likningen til planet gjennom punktene A , B og C .
- Finn vinkelen $\angle BDT$.

Oppgave 8

- Vis at formelen $\sin^2 x = \frac{1}{2}(1 - \cos 2x)$ stemmer.
- Benytt formelen i a) til å bestemme amplituden, likevektslinjen og perioden til $f(x) = \sin^2 x$.
- Tegn grafen til $f(x) = \sin^2 x$, $x \in [0, 2\pi]$.
- Hva blir verd mengden til $f(x) = \sin^2 x$?
- Benytt formelen i a) til å bestemme $\int \sin^2 x \, dx$.
- Benytt delvis integrasjon til å bestemme $\int \sin^2 x \, dx$. Kommenter eventuelle forskjeller i resultatet fra e).