

EKSAMENSSAMARBEIDENDE FORKURSINSTITUSJONER

Forkurs for 3-årig ingeniørutdanning og integrert masterstudium i teknologiske fag og tilhørende halvårig realfagskurs.

Universitetet i Sørøst-Norge, OsloMet, Høgskulen på Vestlandet, Høgskolen i Østfold, NTNU, Universitetet i Agder, Universitetet i Stavanger, UiT-Norges arktiske universitet, NKI, Metis.

Eksamensoppgave

MATEMATIKK

Bokmål

4. august 2020

kl. 9.00-14.00

Hjelpemidler:

Godkjente formelsamlinger i matematikk og fysikk.

Godkjent kalkulator.

Andre opplysninger:

Oppgavesettet består av 4 sider medregnet forsiden, og inneholder 7 oppgaver.

Ved vurdering teller alle deloppgaver likt.

Oppgave 1

Løs likningene ved regning

- a) $\frac{2}{3}x + \frac{4}{5} = -\frac{1}{3}(x + 9) - \frac{1}{5}$
- b) $\begin{cases} h + 40 = 0 \\ h = 10t - 5t^2 \end{cases}$
- c) $x + 2\sqrt{x+2} = -3$
- d) $\lg(2x + 7) = 3$
- e) $7e^{-x-3} = 5$
- f) $2 \sin\left(\frac{\pi}{4}x - \frac{\pi}{6}\right) + \sqrt{3} = 0, \quad x \in [-4,8]$

Oppgave 2

Per skyter på blink. Det er 70 % sjanse for at han treffer med første skudd. Hvis han treffer, får han større selvtillit, og da er det 80 % sjanse for at han treffer med andre skudd. Bommer han med første skudd, går det ned med selvtilliten, og det er da bare 60 % sjanse for at han treffer med andre skudd. Per skyter 2 piler. Finn sannsynligheten for at han får 2 treff, 1 treff og ingen treff.

Oppgave 3

Punktene $A(1,1,0)$, $B(0,3,1)$ og $C(0,0,2)$ danner hjørnene i en trekant.

- a) Finn \overrightarrow{AB} og $3\overrightarrow{AB} - \frac{1}{2}\overrightarrow{BC}$.
- b) Finn vinkel $\angle B$ i trekanten.
- c) Finn en likning for planet gjennom punktene A , B og C .

Gitt et punkt D som ligger på z -aksen.

- d) Finn koordinatene til dette punktet slik at \overrightarrow{AB} står vinkelrett på \overrightarrow{BD} .

Punktene A , B , C og origo danner en trekantpyramide.

- e) Finn volumet av pyramiden.

Oppgave 4

Deriver uttrykkene

a) $f(x) = x \tan x$

b) $g(t) = 5e^{t^3+2t}$

c) $h(x) = \frac{\ln x}{\sqrt{x}}$

Oppgave 5

$$f(x) = \frac{1}{10} e^x \sin(\pi x), \quad x \in [0,3]$$

a) Finn nullpunktene til $f(x)$

b) Vis at

$$f'(x) = \frac{1}{10} e^x (\sin \pi x + \pi \cos \pi x)$$

og

$$f''(x) = \frac{1}{10} e^x ((1 - \pi^2) \sin(\pi x) + 2\pi \cos(\pi x)).$$

c) Bestem eventuelle ekstremalpunkter og monotoniegenskapene til $f(x)$.

d) Bestem eventuelle vendepunkter og krumningen til $f(x)$.

e) Skisser grafen til $f(x)$.

f) Bestem verdimengden til $f(x)$.

Oppgave 6

a)

$$\int_{\frac{\pi}{2}}^{\frac{2\pi}{3}} \frac{\cos x}{\sin x} dx =$$

b)

$$\int \frac{4x^2 + 4x + 2}{2x - 1} dx =$$

c) Beregn arealet mellom $f(x) = 2x^2 - 2x + 3$ og $g(x) = -x^2 + 4x + 3$.

Oppgave 7

a) Gitt en aritmetisk rekke hvor $a_8 = \frac{8}{3}$ og $a_{27} = 9$. Finn d , a_1 og S_{40} .

Gitt den uendelige geometriske rekken:

$$x^2 + (x^2 - 2) + \frac{(x^2 - 2)^2}{x^2} + \dots$$

b) Finn den geometriske rekkas konvergensintervall.