EKSAMENSSAMARBEIDENDE FORKURSINSTITUSJONER

Forkurs for 3-årig ingeniørutdanning og integrert masterstudium i teknologiske fag og tilhørende halvårig realfagskurs.

Universitetet i Sørøst-Norge, OsloMet, Høgskulen på Vestlandet, Høgskolen i Østfold, NTNU, Universitetet i Agder, Universitetet i Stavanger, UiT-Norges arktiske universitet, NKI, Metis.

Eksamensoppgave

MATEMATIKK

Bokmål

9. aug. 2021

kl. 9.00-14.00

Hjelpemidler:

Alle skriftlige hjelpemidler, alle kalkulatorer.

Andre opplysninger:

Oppgavesettet består av 5 sider medregnet forsiden, og inneholder 7 oppgaver.

Ved vurdering teller alle deloppgaver likt.

Erklæring: Ved innlevering av dette oppgavesettet, erkjenner jeg at jeg hverken har fått eller gitt relevant informasjon, tilknyttet svar eller løsningsmetoder til oppgavene i dette settet, fra eller til andre personer.

Oppgave 1

a) Finn tangenten til $f(x) = x^2 - 4x + 2$ i punktet $(4, f(4))$.
b) Er $(x - 5)$ en faktor i $f(x) = x^3 - 2x^2 - 19x + 20$? Begrunn svaret
c) Finn de eventuelle asymptotene til $f(x) = \frac{x^3-2x^2-19x+20}{x-5}$.
d) Finn arealet begrenset av $f(x) = (x+1)e^{x^2}$, $g(x) = e^{x^2}$ og linjene $x = 0 \ \wedge \ x = 1$.

Oppgave 2

Vi har et rektangel med omkrets 24 m, bredden x og høyden h. Når dette rektangelet roteres horisontalt $360°$ om den ene sidekanten h, fremkommer det en sylinder med volum $V(x)$.

a) Vis at dette volumet som funksjon av x kan skrives: $V(x) = \pi x^2(12 - x)$.
b) Finn det største volumet en slik sylinder kan ha.

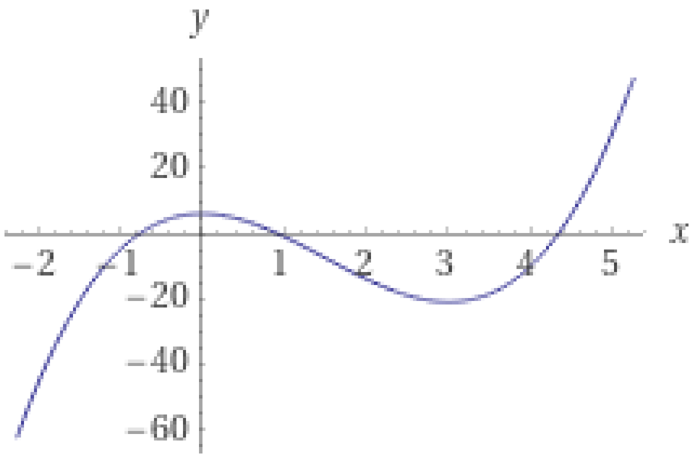
Oppgave 3

En trekant ABC er gitt ved punktene: $A(1,1,-1)$, $B(0,0,2)$ og $C(-1,3,3)$.

a) Finn vektorene $\overrightarrow{AB}$ og $2\,\overrightarrow{AC} - \overrightarrow{CB}$.
b) Finn vinkel A i trekanten.
c) Finn arealet av trekant ABC.
d) Finn likninga for planet α gjennom punktene A, B og C.
e) Finn en parameterframstilling for et plan β som er parallelt med planet α og som inneholder punktet $E(2,3,4)$.
f) Gitt et punkt D på y-aksen. Finn koordinatene til D når volumet av trekantpyramiden $ABCD$ er 20.

Oppgave 4

En tredjegradsfunksjon, $g(x)$, har en graf som vist under. Den har toppunkt $(0,6)$, bunnpunkt i $(3,-21)$ og vendepunkt i $\left(\frac{3}{2},-\frac{15}{2}\right)$. Funksjonen har ingen andre ekstremal – eller vendepunkter enn de som allerede er nevnt.



a) Tegn fortegnslinjene til den deriverte og den dobbeltderiverte til funksjonen, $g(x)$.
b) Finn funksjonsuttrykket til $g(x)$.

La $f(x)$ være funksjonen gitt ved:

$$f(x) = -\frac{1}{3}x^3 + x^2 + 3x$$

c) Bestem intervallene der f er voksende og synkende. Finn eventuelle topp- og bunnpunkter.
d) Bestem intervallene der f krummer opp og krummer ned. Finn eventuelle vendepunkter.

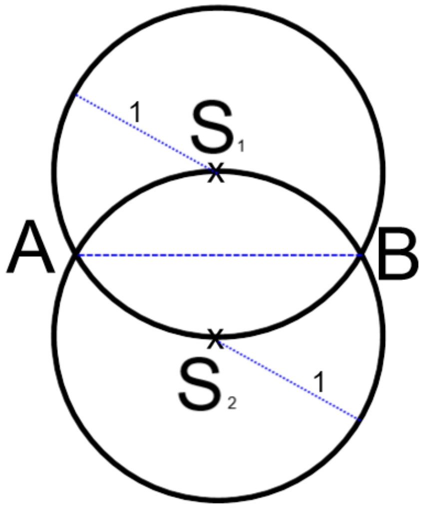
Ei linje, l, har parameterfremstillingen:

$$l: \begin{cases} x = 2 - 3t \\ y = -1 + 4t \\ z = 1 + 2t \end{cases}$$

e) Et punkt, P, er gitt ved $P(1,4,4)$. Et plan, α, er gitt ved at linja, l, er parallell med planet og punktet, P, ligger i planet. Avstanden fra P til l er lik avstanden fra linja, l, til planet.
Finn likningen for planet, α.

Oppgave 5

To sirkler, begge med radius lik 1, overlapper hverandre slik at sentrum i den ene sirkelen ligger på selve sirkelbuen til den andre (Se figur under).



a) Hva blir avstanden mellom de to punktene der sirkelbuene overlapper, markert med A og B på figuren?
b) Finn de ukjente vinklene i trekanten som dannes mellom sentrum i en av sirklene og punktene A og B.

Oppgave 6

a) Gitt en aritmetisk rekke hvor $a_8 = \frac{8}{3}$ og $a_{27} = 9$. Finn d , a_1 og S_{40}.

Gitt den uendelige geometriske rekken: $x^2 + (x^2 - 1) + \frac{(x^2-1)^2}{x^2} + \ldots\ldots$

b) Finn rekkas konvergensintervall.
c) Finn x når summen av den konvergente, geometriske rekka er lik 4.

Oppgave 7

I et bøttelotteri er det til sammen 100 lodd. Loddene har to farger, og det er 30 gule og 70 blå lodd. Av de gule loddene er det 3 vinnerlodd, mens det er 10 blå vinnerlodd. Vi trekker et tilfeldig lodd. La oss se på de to hendingene

$$G = \{Vi\ trekker\ et\ gult\ lodd\}$$

$$V = \{Vi\ trekker\ et\ vinnerlodd\}$$

a) Sett opp et valgtre og et venndiagram for å visualisere situasjonen.

Finn følgende sannsynligheter:

b) $P(G), P(V),\ P(G \cap V)$ og $P(V|G)$.