Gjennomgang av oppg 10.54.

$f(x) = \sqrt{3}\sin x + \cos x$

a) Vi tegnet grafen i geogebra.

Grafen ser ut som en sinusbølge med likevektslinje $y=0$, amplitude 2 og faseforskyvning φ hvor $-0.6 < \varphi < -0.5$.

b) $g(x) = a\sin(x+b)$ $\quad (b = -\varphi)$

Vi ønsker å bestemme a og b slik at

$g(x) = f(x)$

Bruker addisjonsformelen

$g(x) = a[\sin x \cdot \cos b + \sin b \cdot \cos x]$

$= (a \cdot \cos b) \cdot \sin x + (a \cdot \sin b) \cdot \cos x$

Konstantene a og b må tilfredsstille

$a \cdot \cos b = \sqrt{3}$ og $a \cdot \sin b = 1$

for at $g(x) = f(x)$.

$\frac{\cancel{a} \cdot \sin b}{\cancel{a} \cdot \cos b} = \tan b = \frac{1}{\sqrt{3}}$

En løsning for b er $\pi/6$.

$a = \frac{1}{\sin b} = \frac{1}{\sin(\pi/6)} = \frac{1}{1/2} = \underline{2}$.

$\underline{g(x) = 2\sin\left(x + \frac{\pi}{6}\right)}$

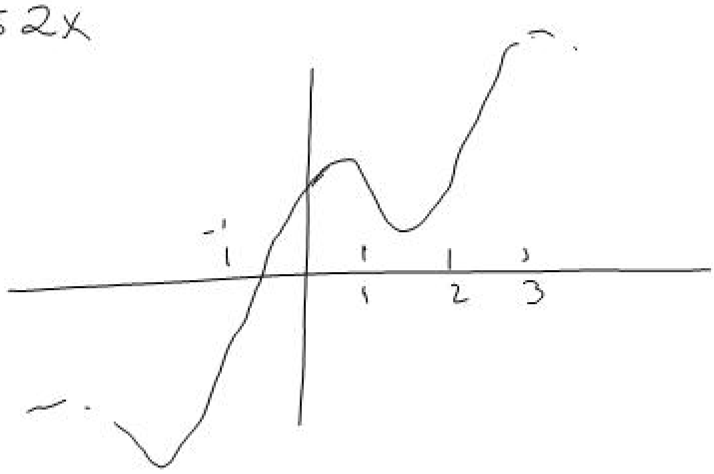
Kjente verdier for tan

$$\left[\begin{aligned} \tan 0 &= \frac{\sin 0}{\cos 0} = 0 \\ \tan\frac{\pi}{4} &= \frac{\sin \pi/4}{\cos \pi/4} = 1 \\ \tan\frac{\pi}{6} &= \frac{\sin \pi/6}{\cos \pi/6} \\ &= \frac{1/2}{\sqrt{3}/2} = \frac{1}{\sqrt{3}} \\ \tan\left(\frac{\pi}{3}\right) &= \frac{\sqrt{3}/2}{1/2} = \sqrt{3} \end{aligned}\right]$$

10.9

La $f(x) = x + \cos 2x$

Skisse



$f'(x) = 1 - 2\sin(2x)$

$f''(x) = -4\cos 2x$

Vi finner x slik at $f'(x) = 0$ (kritiske x-verdier)

La $u = 2x$

$f'(x) = 1 - 2\sin(2x) = 0.$

$\frac{1}{2} = \frac{\cancel{2}\sin u}{\cancel{2}}$ $\qquad \sin u = \frac{1}{2}.$

$u = \frac{\pi}{6} + 2\pi \cdot n$ og $u = \frac{5\pi}{6} + 2\pi \cdot n$

n heltall.

Siden $x = \frac{u}{2}$ så er

$x = \frac{\pi}{12} + \pi \cdot n$ og $x = \frac{5\pi}{12} + \pi \cdot n$

Bruker andrederivert testen til å sjekke topp / bunnpunkt.

$\cancel{f''\frac{\pi}{12}}$

$$f''\left(\frac{\pi}{12} + \pi \cdot n\right) = -4\cos\left(\frac{\pi}{6} + 2\pi \cdot n\right)$$

$$= -4\cos\left(\frac{\pi}{6}\right) < 0$$

$$f''\left(\frac{5\pi}{12} + \pi \cdot n\right) = -4\cos\left(\frac{5\pi}{6}\right) > 0$$

Toppunkt: $\left(\frac{\pi}{12} + \pi \cdot n,\ \frac{\pi}{12} + \pi \cdot n + \cos\left(\frac{\pi}{6}\right)\right)$.

Bunn punkt $\left(\frac{5\pi}{12} + \pi \cdot n,\ \frac{5\pi}{12} + \pi \cdot n + \cos\left(\frac{5\pi}{6}\right)\right)$

Vendepunkt: $f''(x) = 0$

$$-4\cos 2x = 0$$

$$\cos 2x = 0.$$

$$2x = \frac{\pi}{2} + \pi \cdot n \qquad (n \text{ heltall}).$$

$$\underline{x = \frac{\pi}{4} + \frac{\pi}{2} \cdot n}$$

Vendepunktene $\left(\frac{\pi}{4} + \frac{\pi}{2} n,\ \frac{\pi}{4} + \frac{\pi}{2} \cdot n + \cos\left(\frac{\pi}{2} + \frac{\pi}{2} n\right)\right)$

$n = 0 \qquad \left(\frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{4}\right)$