

Torsdag 2. april

Delvis integrasjon

Produktregelen for derivasjon

$$(u \cdot v)' = u' \cdot v + u \cdot v'$$

$$u \cdot v + c = \int (u \cdot v)' dx$$

$$= \int u' \cdot v + u \cdot v' dx$$

$$= \int u' \cdot v dx + \int u \cdot v' dx$$

$$\int u' \cdot v dx = u \cdot v - \int u \cdot v' dx$$

Eksempler

$$\int \frac{v}{x} \cdot \overbrace{\cos x}^{u'} dx$$

$$= \frac{v}{x} \cdot \overbrace{\sin x}^u - \int \overbrace{1}^{v'} \cdot \overbrace{\sin x}^u dx$$

$$= x \cdot \sin x - \underbrace{\int \sin x dx}_{-\cos x + c}$$

$$\int x \cos x dx = \underline{\underline{x \sin x + \cos x + c}}$$

$u = \sin x$
-
(opp til en konstant, velger den til å være 0)

$$\int \overbrace{x}^{u'} \overbrace{\cos x}^v dx$$

$$u = \frac{x^2}{2}$$

$$= \frac{x^2}{2} \cos x - \int \frac{x^2}{2} (-\sin x) dx$$

$$= \frac{x^2}{2} \cos x + \frac{1}{2} \int x^2 \sin x dx$$

mer komplisert en
integralet vi ønsket
å finne!

Vi kan derimot løse $\int x^2 \sin x dx$.

$$\int x^2 \sin x dx = -x^2 \cos x + 2 \int x \cos x dx$$

$$= \frac{-x^2 \cos x + 2x \sin x + 2 \cos x + c}{}$$

$$\int \ln |x| dx = \int \overbrace{1}^{u'} \cdot \overbrace{\ln |x|}^v dx$$

$$u = x$$

Delvis integrasjon:

$$\int \ln |x| dx = \overbrace{x}^u \cdot \overbrace{\ln |x|}^v - \int \underbrace{x \cdot \frac{1}{x}}_1 dx$$

$$= x \ln |x| - \int 1 dx$$

$$\int \ln |x| dx = \underline{x \ln |x| - x + c}$$

$$\int 3 \ln |2x-4| dx$$

Prøver med $u=2x-4$ og substitution

$$du = 2 dx$$

$$(u' = 2)$$

$$\int 3 \ln \underbrace{|2x-4|}_u \cdot \underbrace{\frac{1}{2} \cdot 2 dx}_{du}$$

$$= \int 3 \ln |u| \cdot \frac{1}{2} du = \frac{3}{2} \int \ln |u| du$$

$$= \frac{3}{2} (u \cdot \ln |u| - u) + c \quad (\text{fra forrige eks.})$$

$$= \frac{3}{2} (2x-4) \ln |2x-4| - \frac{3}{2} (2x-4) + c$$

$$= \underline{\underline{3(x-2) \ln |2x-4| - 3(x-2) + c}}$$