Eksamen i	FO929A Matematikk
	Ordinær Eksamen
Dato	2. juni 2009
Tidspunkt	09.00 - 14.00
Antall oppgaver	5
Vedlegg	Formelsamling
Tillatte hjelpemidler	Godkjent kalkulator

Oppgave 1

Deriver følgende funksjoner:

a) $f(x) = 9x^3 - 14x + \sqrt{24}$

b) $f(x) = (x+1)\sin(2x)$

c) $f(x) = \frac{1}{(x^2+1)\sqrt{x^2+1}}$

d) $f(x) = \frac{\sin x - 1}{\cos x + 3}$

e) $f(x) = \ln(\frac{2x-1}{x+2})$

Finn likningene til følgende tangenter ved regning:

f) Tangentene i eventuelle punkter med $x = 3$ på sirkelen $x^2 + y^2 = 25$.

Oppgave 2

Vi ser på funksjonen $f(x) = (x^2 - 4x + 4) \cdot e^x$.

a) Finn eventuelle nullpunkter for f ved regning. Svarene skal gis eksakt.

b) Vis at $f'(x) = x(x-2)e^x$.

c) Sett opp et fortegnsskjema for $f'(x)$, og bruk dette til å finne koordinatene til alle lokale topp- og bunnpunkter for f. Svarene skal gis eksakt.

d) Finn $f''(x)$ og x-koordinatene til eventuelle vendepunkter for f. Svarene skal gis eksakt. Tegn en skisse av grafen til f.

Oppgave 3

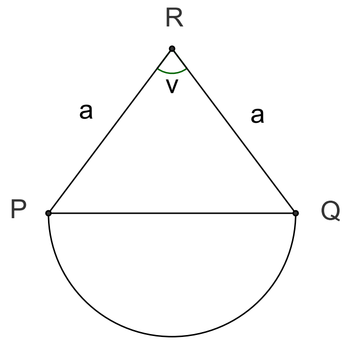
Punktene A, B, C i xyz-koordinatsystemet har alle avstand 4 fra origo O. Punktet A ligger på den positive x-aksen, punktet B ligger i første kvadrant av xy-planet, og punktet C ligger i første kvadrant av yz-planet. Videre er $\angle AOB = \angle BOC = 60°$.

a) Finn koordinatene til A, B og C.

b) Bestem volumet av den trekantede pyramiden $OABC$.

Oppgave 4

Et parkanlegg har form som på figuren. Den består av en likebenet trekant $\triangle PQR$ der $PR = QR = a$ og $\angle R = v$, samt en halv sirkelflate med diameter lik PQ.



a) Finn PQ uttrykt ved a og v.

b) Vis at arealet A av anlegget kan skrives som

$$A = \frac{a^2}{4}\left(2\sin v - \pi\cos v + \pi\right)$$

c) La a ha en fast verdi. Bestem v slik at arealet blir størst mulig. Finn det største arealet når $a = 22$ meter. Oppgi arealet i nærmeste hele kvadratmeter.

Oppgave 5

Regn ut følgende ubestemte integraler:

a) $\int (12x^3 + 4e^x - 7)\,\mathrm{d}x$

b) $\int (1/x^2 + 2/x + 3/\sqrt{x})\,\mathrm{d}x$

c) $\int \frac{x^2-5x+1}{x^2-5x-6}\,\mathrm{d}x$

d) $\int \sin x \cos x\,\mathrm{d}x$

Løs differensiallikningen med den gitte startbetingelsen:

e) $y' \cdot (\sin x + 1) = y \cdot \cos x, \quad y(0) = 1/2$

Finn følgende areal ved regning:

f) Arealet av området begrenset av grafen til $y = \sin x + \cos x$, x-aksen og de to linjene $x = 0$ og $x = 3\pi/2$.

g) Arealet av området begrenset av grafen til $y = \frac{x^3}{\sqrt{x^2+1}}$, x-aksen og linjene $x = 0$ og $x = 1$.