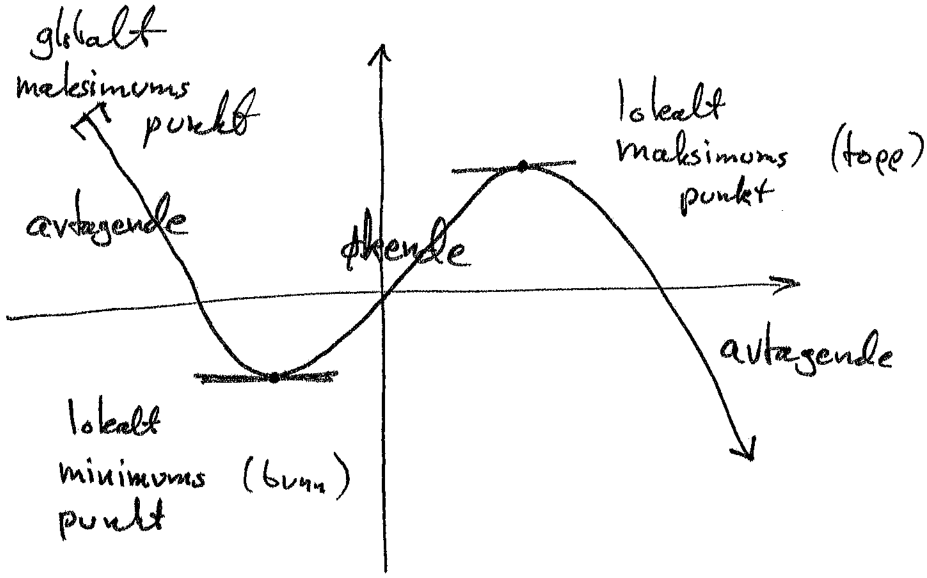
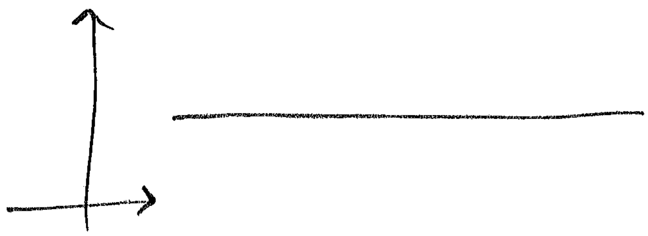


$f(x)$ deriverbar i en intervall

$f(x)$ økende (voksende) $\iff$ $f'(x) \geq 0$

$f(x)$ avtagende (minkende) $\iff$ $f'(x) \leq 0$

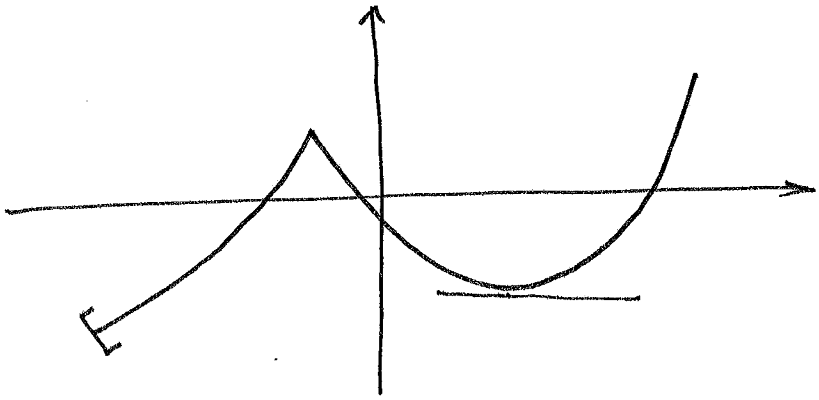
$f'(x) = 0$



både voksende og avtagende.

$f(x)$ er voksende hvis $f(x_2) \geq f(x_1)$ når $x_2 \geq x_1$.

$f(x)$ er strengt voksende hvis $f(x_2) > f(x_1)$ når $x_2 > x_1$.



De kritiske punktene til $f(x)$ er punkt hvor

1) $f(x)$ ikke er deriverbar
2) endepunkt
3) $f'(x) = 0$ (stasjonært punkt)

Resultat: Hvis $f(x)$ er defininert på en intervall og $(x, f(x))$ er et (lokalt) maksimums eller minimumspunkt da er x et kritisk punkt.

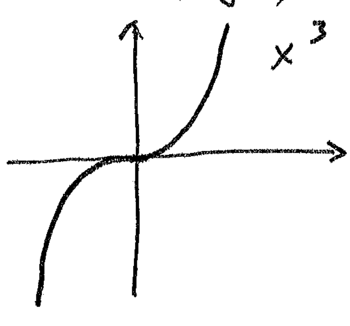
Det er derfor tilstrekkelig å undersøke de kritiske punktene for å finne ekstremal punkt.

Ikke alle kritiske punkt gir ekstemal punkt.

<u>eks</u> $f(x) = x^3$ $f'(x) = 3 \cdot x^{3-1} = 3x^2$.

$x=0$ er et kritisk punkt. ($f'(0) = 0$).

punktet $(0, f(0)) = (0,0)$ er ikke et ekstremal punkt.

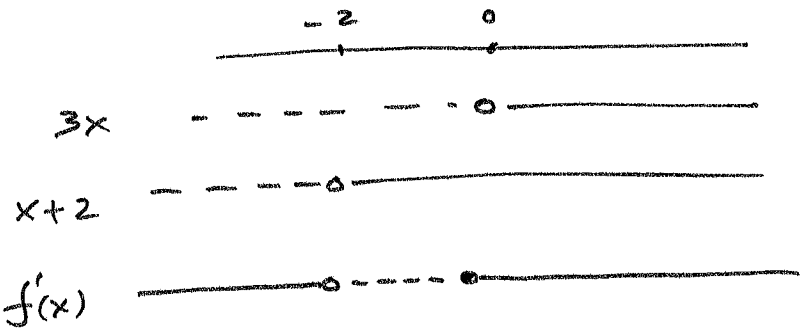


økende for alle x.

Eksempel Finn ekstremalpunkt til $f(x) = x^3 + 3x^2$.

$= x^2(x+3)$

$f'(x) = 3x^2 + 6x = 3x(x+2)$



lokal maksimalpunkt i $(-2, f(-2))$

$(-2, 4)$

lokalt minimumspunkt i $(0, f(0)) = (0,0)$

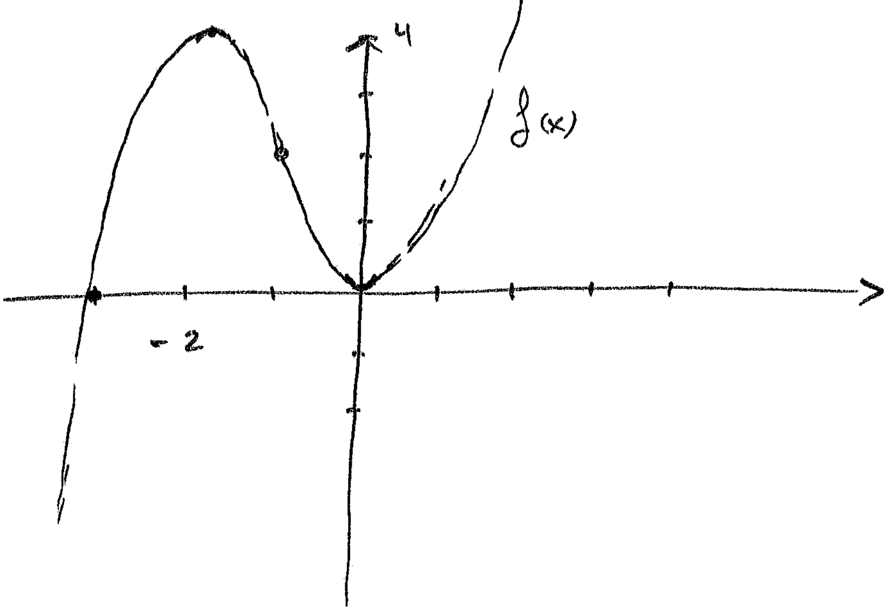
Vendepunkt : $f''(x) = (3x^2 + 6x)' = 6x + 6 = 6(x+1)$

$f''(x) = 0$ for $x = -1$

$f''(x) < 0$ $x < -1$ konkav ned

$f''(x) > 0$ $x > -1$ konkav opp.

Vendepunktet $(-1, f(-1)) = (-1, 2)$



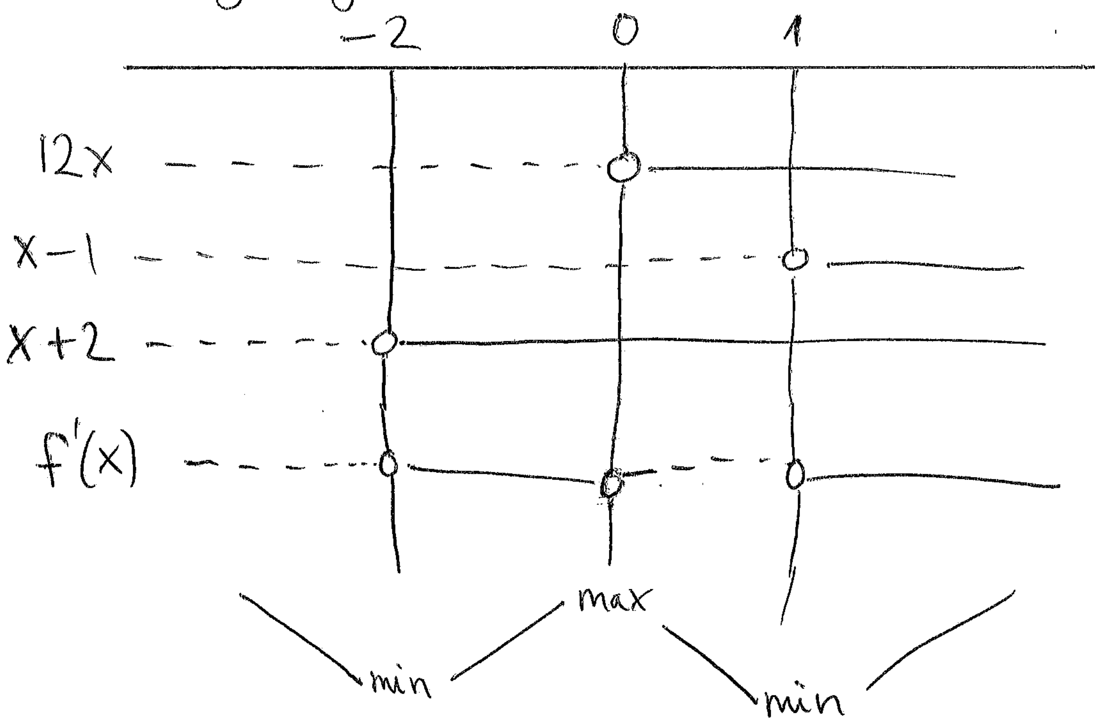
$$f(x) = 3x^4 + 4x^3 - 12x^2 + 5$$

$$f'(x) = 12x^3 + 12x^2 - 24x$$

$$= 12x(x^2 + x - 2)$$

$$= 12x(x-1)(x+2)$$

Fortegnslinje for den deriverte



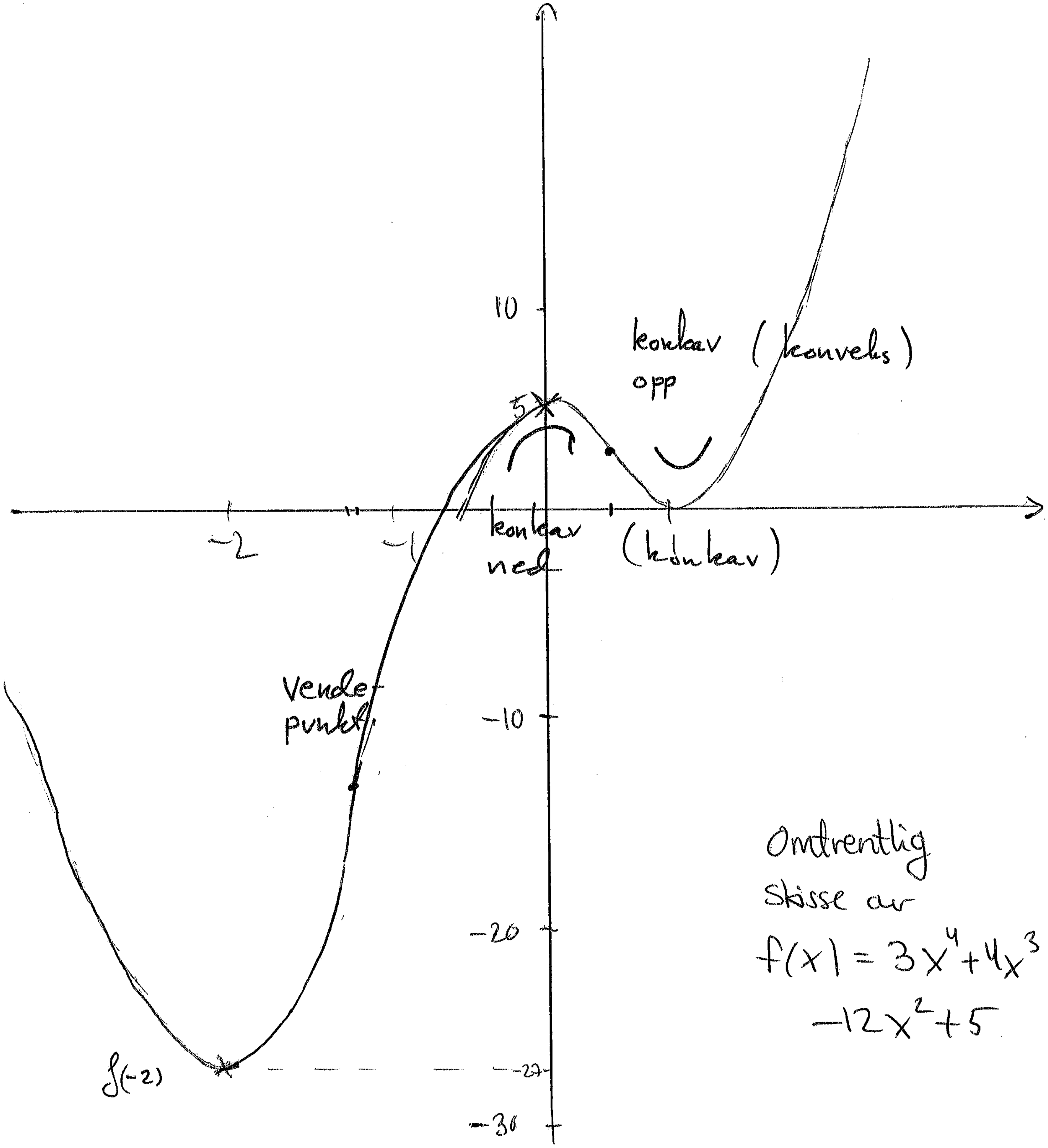
$$f(-2) = 3\cdot(-2)^4 + 4\cdot(-2)^3 - 12\cdot(-2)^2 + 5$$

$$= 3\cdot 16 - 4\cdot 8 - 12\cdot 4 + 5$$

$$= 16 - 48 + 5 = -27$$

$$f(0) = 3\cdot 0^4 + 4\cdot 0^3 - 12\cdot 0^2 + 5 = 5$$

$$f(1) = 3\cdot 1^4 + 4\cdot 1^3 - 12\cdot 1^2 + 5 = 0$$



Omtrentlig skisse av $f(x) = 3x^4 + 4x^3 - 12x^2 + 5$

konkav opp : $f'(x)$ øker $\Leftrightarrow (f'(x))' = f''(x) \geq 0$

konkav ned : $f'(x)$ avtar $\Leftrightarrow f''(x) \leq 0$.

$(x, f(x))$ er et vendepunkt hvis f skifter konkavitet i punktet.

Beskriver vendepunkt og konkavitet til

$f(x) = 3x^4 + 4x^3 - 12x^2 + 5.$

$f''(x) = (12x^3 + 12x^2 - 24x)' =$

$= (12 \cdot 3 \cdot x^2 + 12 \cdot 2x - 2 \cdot 12)$

$= 12(3x^2 + 2x - 2).$

$f''(x) = 0$: $3x^2 + 2x - 2$

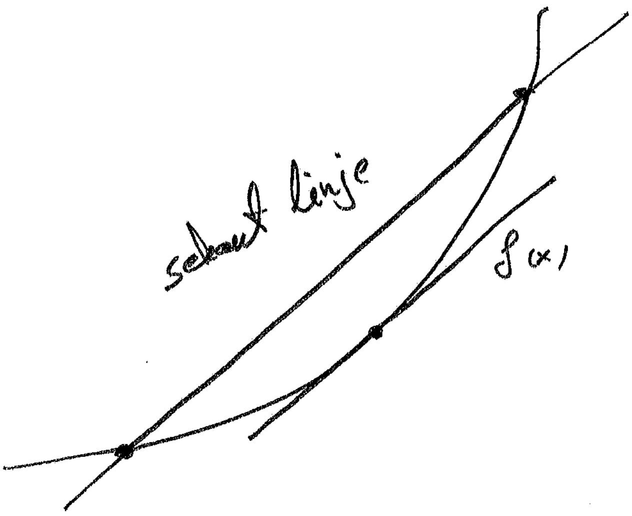
$x = \dfrac{-2 \pm \sqrt{2^2 - 4(3)(-2)}}{2 \cdot 3} = \dfrac{-2 \pm \sqrt{28}}{2 \cdot 3}$

$x = \dfrac{-1 \pm \sqrt{7}}{3}$

$x = 0.55$ og -1.22.

$f(-1.22) = -13.5$

Sekant setningen



$f(x)$ deriverbar i $[a, b]$.

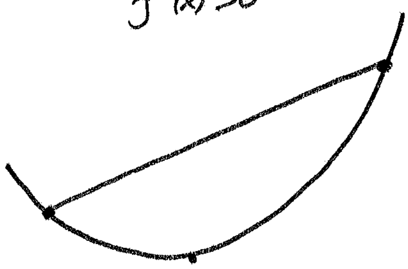
Gjennomsnittlig vekstfart $\frac{f(b)-f(a)}{b-a}$ er lik momentan vekstfart $f'(x)$ for en $x \in [a, b]$.

Andrederivert testen

$f'(c) = 0$ $\quad f''(c) > 0$ minimumspunkt 

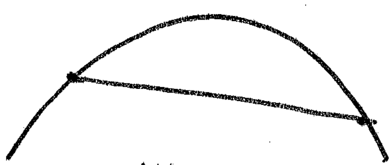
$f''(c) < 0$ maksimumspunkt 

$f''(x) > 0$



konveks

konkav.



$f''(x) < 0$

Høyere ordens derivert

$$f''(x) = \frac{d^2 f(x)}{dx^2} = (f'(x))'$$

n-te derivert

$$f^{(n)} = \frac{d^n f}{dx^n}.$$

$f = x^3$

$f' = 3x^2$

$f'' = 6x$

$f''' = 6$

$f'''' = 0$

$f^{(n)} = 0$

$n \geq 4$