Innlevering	FO929A - Matematikk forkurs HIOA
	Obligatorisk innlevering 6
Innleveringsfrist	Tirsdag 14. mars 2013 kl. 14:30
Antall oppgaver:	10

Vinkler har enhet radian i hele oppgavesettet.

1

Deriver de følgende funksjonene.

a) $f(x) = 3\cos(2x-1) + 12$

b) $f(x) = x^2 \sin(x)$

c) $f(x) = \cos(\sin(x))$

d) $f(x) = \cos(2x)\sin(3x)$

e) $f(x) = \sin(7x+1)/(\sin(-x) + x)$.

e) $f(x) = \sin(3x) + \sin(x) - 4\sin(x)\cos^2(x) - 1$

2

Løs følgende likninger. Gi svarene med 4 gyldige siffer.

a) $\arcsin x = 0.3786$

b) $\tan(2\pi x) = 1$ hvor $x \in [-2, 2]$.

c) $\cos(2x-1) = 0.3479$ hvor $x \in [0, 3]$.

d) $\sin(x^2 + 3x) = 0.5567$ hvor $x \in [-2, 4]$.

e) $\sin(x) + \sin(x - \pi/3) = 0$ hvor $x \in [0, 2\pi]$.

f) $\tan(3x) + \cos(3x) - 1/\cos(3x) = 0$ hvor $x \in [0, \pi]$.

3

Finn alle løsningene, i første omløp $[0, 2\pi\rangle$, til ulikhetene. Svaret skal gis eksakt.

a) $\sqrt{3}\sin(x) + \cos(x) > 0$

b) $\cos^2(x) + 2\cos(x) + 3/4 \geq 0$

c) $\cos^2(x) - \sin(x) < -1$

d) $\cos(x-1) < 2\cos^2(x-1)$

e) $\sin(x) < \sin(2x)$

f) $2\cos(2x) + 8\cos(x) + 5 \geq 0$

4

Cotangensfunksjonen er $\cot(x) = \cos(x)/\sin(x)$. Sekantfunksjonen er $\sec(x) = 1/\cos(x)$. Kosekantfunksjonen er $\csc(x) = 1/\sin(x)$. Finn de første og andrederiverte til $\cot(x)$, $\sec(x)$ og $\csc(x)$.

5

Skriv følgende funksjoner som en harmonisk svingning på standard form

$$A\sin(k(x-c))+d$$

hvor $A, k \geq 0$. Velg gjerne c slik at $|c|$ er minst mulig. Finn også perioden til svingningene. Det kan være til hjelp å se på grafen til funksjonene (geogebra).

a) $f(x) = \sin(2\pi x + 4\pi)$

b) $f(x) = \sin(-2x + 20)$

c) $f(x) = \cos(2x)$

d) $f(x) = \cos^2(3x) - 1/2$

e) $f(x) = -11(\sin(3x + \pi/2) - 2)$

f) $f(x) = \sin(x) + \cos(x)$. (Hint: Addisjonsformelen for sinus.)

6

Gitt funksjonen

$$f(x) = \cos^2(x) - \sin(x) + 1$$

med definisjonsmengde $[-\pi, \pi]$. Finn nullpunktene og vendepunktene til $f(x)$. Avgjør hvor $f(x)$ vokser og avtar. Finn ekstremalpunktene til $f(x)$. Lag en skisse av grafen til $f(x)$. Hva ligner grafen på?

7

Gitt funksjonen

$$f(x) = \frac{\sin(x)}{\cos^2(x) - 1}$$

med definisjonsmengde $\langle 0, \pi\rangle \cup \langle \pi, 2\pi\rangle$. Finn nullpunktene og vendepunktene til $f(x)$. Avgjør hvor $f(x)$ vokser og avtar. Finn asymptotene til $f(x)$. Finn ekstremalpunktene til $f(x)$. Lag en skisse av grafen til $f(x)$.

8

En funksjon er gitt ved $g(x) = \begin{cases} \sin(x)/x & x < 0 \\ 1 & x = 0 \\ x\sin(1/x) + 1 & x > 0\ . \end{cases}$

Avgjør hvor er $g(x)$ kontinuerlig og hvor den er deriverbar. Finn den deriverte til $g(x)$. Finn asymptotene til $g(x)$. Det kan være til hjelp å tegne grafen til $g(x)$ (geogebra).

9

(Valgfri oppgave) Her er et standard eksempel som viser at den deriverte ikke alltid trenger være en kontinuerlig funksjon. Vis at funksjonen

$$f(x) = \begin{cases} 0 & x \leq 0 \\ x^2\sin(1/x) & 0 < x \end{cases}$$

er deriverbar i alle punkt, men at den ikke er kontinuerlig i $x = 0$.

10

Deriver de følgende funksjonene.

a) $f(x) = \exp(1/x)$

b) $f(x) = \exp(\ln(x) + \log_2(x))$

c) $f(x) = \sin(3x) \ln |7x|$

d) $f(x) = \ln(e^x + e^{x^2})$

e) $f(x) = \ln(e^x \cdot e^{x^2})$

f) $f(x) = \begin{cases} e^x & x \leq 0 \\ \ln(x+1) + 1 & x > 0 \end{cases}$