| | |
|---|---|
| Innlevering | Fork1100 - Matematikk forkurs HIOA |
| | Obligatorisk innlevering 5 |
| Innleveringsfrist | Tirsdag 6. februar 2018 kl. 8:30 (før forelesningen) |
| Antall oppgaver: | 12 |

## 1

Bestem vinkelen mellom vektorene $\vec{u} = [2,7]$ og $\vec{v} = [4,-5]$. Hva er vinkelen mellom to linjer parallelle til vektorene?

## 2

Vi har gitt to vektorer $\vec{a}$ og $\vec{b}$ slik at $|\vec{a}| = 4$ og $|\vec{b}| = 5$ samt at vinkelen mellom $\vec{a}$ og $\vec{b}$ er 120 grader. Bestem lengden til følgende vektorer og bestem vinklen mellom dem

$$\vec{u} = 2\vec{a} + 3\vec{b} \qquad \text{og} \qquad \vec{v} = -\vec{a} + \vec{b}$$

## 3

Vis Apollonius identitet

$$a^2 + b^2 = \frac{1}{2}c^2 + 2d^2$$

Her er $a, b$ og $c$ er lengdene på sidene i en trekant og $d$ er lengden fra hjørnet mellom side $a$ og $b$ ned til midten av side $c$. (Bokstavene brukes både som en betegnelse for sidene og for lengden til sidene.)

I tilfellet hvor lengdene $a$ og $b$ er like så reduseres resultatet til Pytagoras sitt teorem. Det er lagt ut en interaktiv geogebra illustrasjon av resultatet. (Søk på fausk under materiale på siden geogebra.org.)

## 4

Gitt to ikkje-parallelle vektorer $\vec{a}$ og $\vec{b}$. De utspenner en trekant ved å la ene hjørne være origo og de to andre hjørnene $A$ og $B$ være gitt ved $\overrightarrow{OA} = \vec{a}$ og $\overrightarrow{OB} = \vec{b}$. La $P$ være punktet midt mellom origo og $A$ og la $Q$ være punktet mellom $A$ og $B$ slik at $AQ$ er halvparten så lang som $QB$. Vis at linjene mellom $B$ og $P$ treffer linjen gjennom origo og $Q$ i akkurat ett punkt $S$. Uttrykk vektoren $\overrightarrow{OS}$ ved hjelp av $\vec{a}$ og $\vec{b}$.

(Tegn gjerne en figur for typiske vektorer $\vec{a}$ og $\vec{b}$.)

## 5

Dette er en teorioppgave som omhandler dekomponering av vektorer.

La $\vec{a}$ og $\vec{b}$ være to vektorer og anta at $\vec{b} \neq \vec{0}$. Da er $\vec{a}$ en sum av en vektor $\vec{a}_{\parallel}$ parallell til $\vec{b}$ og en vektor $\vec{a}_{\perp}$ vinkelrett på $\vec{b}$. Denne dekomponeringen er entydig (det vil si at det finnes bare en slik dekomponering).

Vis at dekomponeringen er entydig og at den er gitt ved

$$\vec{a}_{\parallel} = \frac{\vec{a} \bullet \vec{b}}{|\vec{b}|^2}\vec{b} \text{ og } \vec{a}_{\perp} = \vec{a} - \vec{a}_{\parallel}. \tag{1}$$

(Hint: Vis at $\vec{a}_{\perp}$ er vinkelrett på $\vec{a}$.)

## 6

(Se foregående oppgave.) Dekomponer vektoren $\vec{a} = [-2,1,5]$ som en sum av en vektor parallell til $\vec{b} = [1,0,7]$ og en vektor som er vinkelrett på $\vec{b}$.

## 7

Finn volumet til tetraederet med hjørner $\mathcal{O}(0,0,0)$, $P(1,-3,5)$, $Q(2,0,6)$ og $R(4,24,-2)$.

## 8

a) Finn en likning som beskriver (har løsning som er) planet vinkelrett på vektoren $[-2,0,5]$ og som inneholder punktet $P$ med koordinater $(-2,4,1)$.

b) Finn en likning som beskriver planet som inneholder punktet $(1.381, 5.834, 39.110)$ og som er vinkelrett på vektoren $\overrightarrow{u} = [0.735, -2.879, 0.088]$.

## 9

Gi en parametrisering av planet gitt ved likningen

$$x - 2y + 3z = 4.$$

## 10

Vi har gitt tre punkt $A, B$ og $C$ i rommet med koordinater henholdsvis $(1,0,0)$, $(0,3,2)$ og $(1,3,-3)$.

a) Finn vinkelen $\angle ABC$

b) Finn en parametrisering av planet som inneholder de tre punktene $A$, $B$ og $C$.

c) Finn en likning for planet i b) og bestem arealet til trekanten $ABC$.

## 11

Et regulært tetraeder er et tetraeder som består av fire sider som er likesidede trekanter. La lengden på sidekantene i de likesida trekantene være $L$.

a) Vi kan starte med å se på en likesida trekant $ABC$ i $xy$-planet. La $A$ være origo og la $B$ ha koordinater $(L,0,0)$. Anta at det tredje hjørnet har positiv $y$-koordinat. Finn koordinaten til punktet $C$.

b) La punkte $E$ ligge midt i trekanten $ABC$. Det vil si at avstanden fra punktet $E$ til de tre hjørnene $A$, $B$ og $C$ skal være like. Finn denne avstanden og finn koordinaten til punktet $E$.

c) Vi legger nå til et fjerde punkt $D$ med positiv $z$-koordinat slik at $A$, $B$, $C$, og $D$ er hjørnene i et regulært tetraeder. Finn koordinaten til punktet $D$, og finn avstanden fra $D$ til trekanten $ABC$ i $xy$-planet ("høyden"). Finn vinkelen mellom linjen $AD$ og den positive $z$-aksen

d) Finn volumet og overflatearealet til tetraederet.

## 12

a) Finn den korteste avstanden mellom linjene parametrisert ved

$$[2,2,3]t + [1,2,3]$$

for reelle $t$, og ved

$$[4,1,-5]s + [1/2, 1/3, -2]$$

for reelle $s$.

b) Finn endepunktene til det korteste linjestykke mellom linjene (det er det samme som et punkt på hver linje slik at avstanden mellom dem er minst mulig.)