Oppgaver 23.11.2018

Alle svar skal grunngis.

Oppgave 1 Svarene skal gis eksakt hvor det er mulig.

a) Løs den lineære likningen
$$\frac{x}{2x+1} = -1$$

b) Løs ulikhetene
$$x^2 - x < x^3$$

c) Vis at for alle positive reelle tall x så er summen av tallet og den multiplikative inversen til tallet alltid minst lik 2
$$x + \frac{1}{x} \geq 2$$

d) Finn alle løsningene til likningen
$$6\cos^2 v = 3\cos v$$
slik at $0 \leq v < 2\pi$ (radian).

e) Løs likningen
$$\frac{2}{1+2^x} = 1/6$$

f) Finn alle reelle x tall slik at
$$\sqrt[3]{3x+1} = x + 1$$

Oppgave 2

a) Finn polynomet $p(x)$ slik at kvotienten av $p(x)$ delt med $x^2 - 3$ er $2x - 3$ og resten er $x - 3$.

b) Forklar hvorfor $x^7 - 1$ kan deles med $x - 1$. Bestem kvotienten

$$\frac{x^7 - 1}{x - 1}$$

c) Faktoriser polynomet så mye som mulig over de reelle tall

$$x^3 - 3x^2 - 10x + 24$$

Oppgave 3

a) Bestem lengden på sidene til den minste 30-60-90 trekanten (vinklene er 30, 60 og 90 grader) som inneholder en sirkel med radius 1. Skriv svarene som desimaltall med 5 gyldige siffer.

b) Finn arealet til trekanten med sider av lengde $4, 5$ og 6.

Oppgave 4

Linjen gjennom punktene $A(3, -4, 6)$ og $B(-1, 3, 3)$ treffer xy-planet i et punkt. Bestem koordinatene til dette punktet.

Oppgave 5

Finn to vektorer med lengde 1 som er ortogonale og slik at begge har alle elementene i koordinatene ulik null.

Oppgave 6

a) Gi en parametrisering av linjen som er snittet til de to plana gitt ved

$$2x - y + 5z = 0 \quad \text{og} \quad x + y = 4$$

b) Finn en likning for planet som inneholder linjen i a) og slik at vektoren $[1{,}0, -1]$ er parallell til planet (kan plasseres slik at den ligger i planet).

Oppgave 7

Bestem alle vektorer $\overrightarrow{v}$ av lengden 1 slik at vinkelen mellom $\overrightarrow{v}$ og hver av vektorene $[1, -1, 0]$ og $[0{,}0, -1]$ er 60 grader.

Oppgave 8

a) Finn summen av alle jevne heltall fra og med 12 til og med 120.

b) Hva er det største antall ledd vi kan ta med i den geometriske rekken

$$1 + 3 + 9 + 27 + \cdots$$

slik at summen ikke overstiger 10 000?

c) Hva må k være for at den uendelige geometriske rekken

$$k^2 + k^3 + k^4 + \cdots$$

skal være lik 2?

Oppgave 9

Skriv det periodiske desimaltallet

$$0.432143214321\ldots = 0.\underline{4321}$$

som en brøk.

(Periodiske desimaler ble gjennomgått onsdag 14. november.)