Innlevering i	FORK1100 - Matematikk forkurs OsloMet
	Obligatorisk innlevering 3
Innleveringsfrist	Onsdag 14.november 2018 kl. 10:30
Antall oppgaver:	13

1

Bestem vinkelen mellom vektorene $\vec{u} = [2, 7]$ og $\vec{v} = [4, -5]$. Hva er vinkelen mellom to linjer parallelle til vektorene?

2

Vi har gitt to vektorer $\vec{a}$ og $\vec{b}$ slik at $|\vec{a}| = 4$ og $|\vec{b}| = 5$ samt at vinkelen mellom $\vec{a}$ og $\vec{b}$ er 120 grader. Bestem lengden til følgende vektorer og bestem vinklen mellom dem

$$\vec{u} = 2\vec{a} + 3\vec{b} \qquad \text{og} \qquad \vec{v} = -\vec{a} + \vec{b}$$

3

Vis at arealet til en trekant med sider av lengde a, b og c er gitt ved

$$\frac{\sqrt{2(a^2b^2 + a^2c^2 + b^2c^2) - (a^4 + b^4 + c^4)}}{4}$$

Hint: Se siste side i forelesningsnotatene fredag 19. oktober 2018.

En alternativ formel til denne er $\sqrt{S(S-a)(S-b)(S-c)}$ hvor $S = (a+b+c)/2$. Denne formelen kalles Herons formel. Sjekk gjerne at de to er like for alle a, b og c.

4

Gitt to ikkje-parallelle vektorer $\vec{a}$ og $\vec{b}$. De utspenner en trekant ved å la ene hjørne være origo og de to andre hjørnene A og B være gitt ved $\overrightarrow{OA} = \vec{a}$ og $\overrightarrow{OB} = \vec{b}$. La P være punktet midt mellom origo og A og la Q være punktet mellom A og B slik at AQ er halvparten så lang som QB. Vis at linjene mellom B og P treffer linjen gjennom origo og Q i akkurat ett punkt S. Uttrykk vektoren $\overrightarrow{OS}$ ved hjelp av $\vec{a}$ og $\vec{b}$.

(Tegn gjerne en figur for typiske vektorer $\vec{a}$ og $\vec{b}$.)

5

Finn volumet til tetraederet med hjørner $\mathcal{O}(0, 0, 0)$, $P(1, -3, 5)$, $Q(2, 0, 6)$ og $R(4, 24, -2)$.

6

Et plan er gitt ved likningen

$$x - 2y + 3z = 4.$$

a) Gi en parametrisering av planet.

b) Finn punktet på planet som er nermest punktet $P(-1, 2, 4)$. Hva er avstanden melllom punktet P og planet?

7

Vi har gitt tre punkt A, B og C i rommet med koordinater henholdsvis $(1,0,0)$, $(0,3,2)$ og $(1,3,-3)$.

a) Finn vinkelen $\angle ABC$

b) Finn en parametrisering av planet som inneholder de tre punktene A, B og C.

c) Finn en likning for planet i b) og bestem arealet til trekanten ABC.

8

Parametriser linjen som er snittet (felles punkt) av planet i oppgave 6 og planet oppgave 7.

9

a) Finn den korteste avstanden mellom linjene parametrisert ved

$$[2,2,3]t + [1,2,3]$$

for reelle t, og ved

$$[4,1,-5]s + [1/2,1/3,-2]$$

for reelle s.

b) Finn endepunktene til det korteste linjestykke mellom linjene (det er det samme som et punkt på hver linje slik at avstanden mellom dem er minst mulig.)

10

a) Finn summen av alle naturlige tall mindre enn eller lik 1000.

b) Finn summen av alle positive partall (dvs. tall som er delelige med 2) mindre enn eller lik 1000.

c) Finn summen av alle naturlige tall som er delelige med 5 og mindre enn eller lik 1000.

d) Finn summen av alle naturlige tall som er delelige med 2 eller 5 (eller begge) og mindre enn eller lik 1000.

11

Den 1. januar 2001 setter Josef inn 1000 kroner på en fastrentekonto med 0.05% årlige renter. Han fortsetter å sette inn 1000 kr 1. januar hvert år frem til og med 1. januar 2010. Hvor mye penger vil det være på kontoen ved utgangen av 2012?

12

Vis at summen av alle tall på formen

$$2^n 3^m$$

hvor $0 \leq n \leq 11$ og $0 \leq m \leq 5$, er lik $1\,490\,580$. (Det er $12 \cdot 6 = 72$ slike tall.)

13

Finn konvergensområde og summen til de to følgende geometriske rekkene

$$t^2 - \frac{t^4}{3} + \frac{t^6}{9} - + \cdots \qquad 4x^3 + 8x^5 + 16x^7 + \cdots$$