LF til test 20. jan 2020

1 $f(x) = -2x^2 + 3$

$f'(x) = -2(2x) = -4x$

$f'(1) = -4$

stigningstall tangent i $x = 1$ er : -4

normallinje $-1/(-4) = \frac{1}{4}$

$f(1) = 1$ så linjene skal gå gjennom $(1,1)$.

Ett-punktsformelen gir da:

Tangentlinjen $y = -4(x-1) + 1 = -4x + 5$

Normallinjen $y = \frac{1}{4}(x-1) + 1 = \frac{x+3}{4}$.

2. $p'(x) = (-4x^5 + 3x^2 + 2x - 14)'$

$= -4(5x^4) + 3(2x) + 2(1) + 0$

$= -20x^4 + 6x + 2$

(her benytter vi at $(-x)^2 = x^2$)

3 $f(x) = \frac{2x^2}{x-3} = 2 \cdot \frac{x^2}{x-3}$

polynomdivisjon for å skrive om uttrykket:

$$x^2 : x-3 = x + 3 + \frac{9}{x-3}$$
$$\underline{x^2 - 3x}$$
$$3x$$
$$\underline{3x-9}$$
$$9$$

$$f(x) = 2\left(x+3+\frac{9}{x-3}\right) = 2x+6+\frac{18}{x-3}$$

$f(x)$ har skråasymptote $y = 2x+6$ $\left(\lim_{x\to\pm\infty}\left(f(x)-(2x+6)\right) = 0\right)$

og vertikalasymptote $x = 3$

$\left(\lim_{x\to 3^{\pm}} f(x) = \pm\infty\right)$

4 $g(x) = \begin{cases} 3x-5 & x<1 \\ -2x & x \geq 1 \end{cases}$

$g'(x) = (3x-5)' = 3$ for $x<1$

$g'(x) = (-2x)' = -2$ for $x>1$ (ikke større enn 1!)

Hva skjer i $x=1$?

$$\lim_{x\to 1^-} g(x) = \lim_{x\to 1^-} 3x-5 = -2$$

$$\lim_{x\to 1^+} g(x) = \lim_{x\to 1^+} -2x = -2$$

Så $\lim_{x\to 1} g(x) = -2 = g(1)$,

$g(x)$ er kontinuerlig i $x=1$.

Fra def. er $\lim_{h\to 0^+} \frac{g(1+h)-g(1)}{h} = (-2x)'\big|_{x=1}$
$= -2$

$\lim_{h\to 0^-} \frac{g(1+h)-g(1)}{h} = (3x-5)' = 3.$

Derfor eksistere ikkje $\lim_{h\to 0} \frac{g(1+h)-g(1)}{h} = g'(1)$.

g er ikkje deriverbar i 1 (den har et knekkpunkt: de "deriverte fra hver side" eksisterer og er forskjellige.

5 $(x^2)' \overset{\text{definisjonen}}{=} \lim_{h\to 0} \frac{(x+h)^2 - x^2}{h}$

$= \lim_{x\to 0} \frac{x^2+2xh+h^2-x^2}{h} = \lim_{h\to 0} \frac{2xh+h^2}{h}$

$= \lim_{h\to 0} 2x+h = \underline{2x}$