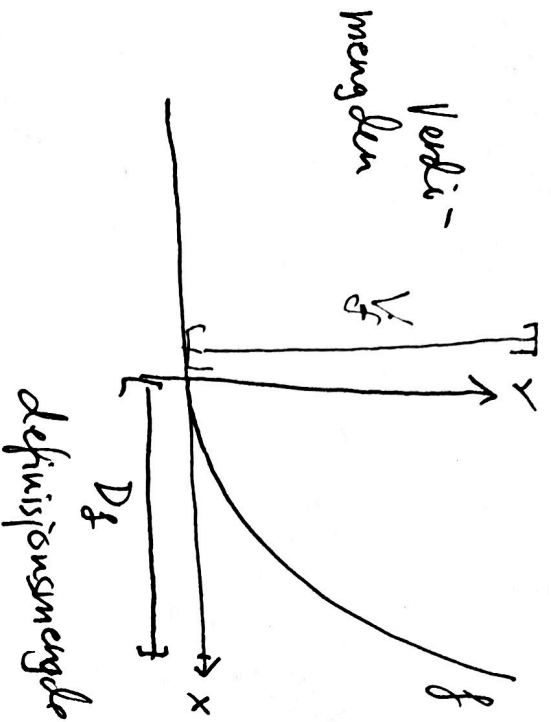


26.01.2020

## 7.7 Inversfunktioner



$$y(x) = f(x)$$

$$x \in D_f$$

I dette tilfelle  
finnes det én verdi  $x$   
slik at  $f(x) = y$  for hver  $y \in V_f$

$$x(y) = g(y)$$

$g(y)$  kalles inversfunksjonen til  $f$ .

$$y = x + 3$$

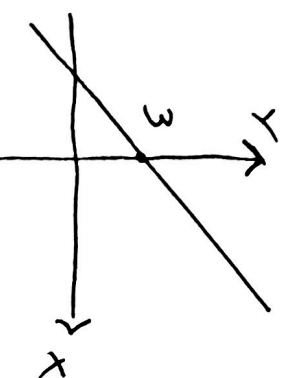
$$f(x) = x + 3$$

$$x = y - 3$$

$$g(x) = x - 3$$

$g$  er inversfunksjon

til  $f$ .



Eksempel

$$\left( \begin{array}{l} y = 3x - 5 \\ y + 5 = 3x \\ \frac{y + 5}{3} = x \end{array} \right)$$

$$y = 3x - 5$$

$$x = \frac{y + 5}{3} \text{ inversfunksjonen}$$

$$f(x) = 3x - 5$$

$$g(x) = \frac{x + 5}{3}$$

$f$   $D_f$  verdimende  $V_f$   
inversfunksjonen

$f^{-1}$  definitionsmengde  $D_{f^{-1}} = V_f$   
Verdimengden  $V_{f^{-1}} = D_f$

$$f \circ f^{-1}(x) = f(f^{-1}(x)) = x$$

$$f^{-1} \circ f(x) = f^{-1}(f(x)) = x$$

$$x \in D_f$$

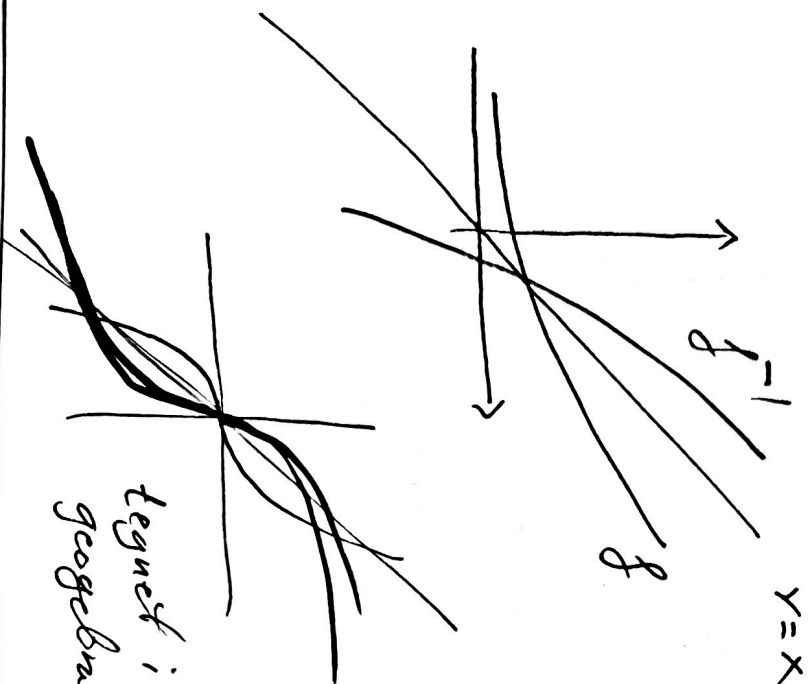
bytter  $x$  og  $y$ -aksene:  
refleksjon om linjen  $y = x$

Ekst  $y = x^3$   
Sjigende

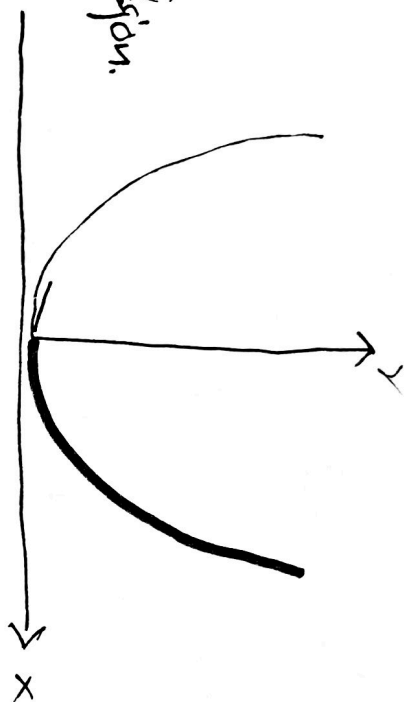
$$D_f = V_f = \mathbb{R}$$

$$x = \sqrt[3]{y}$$

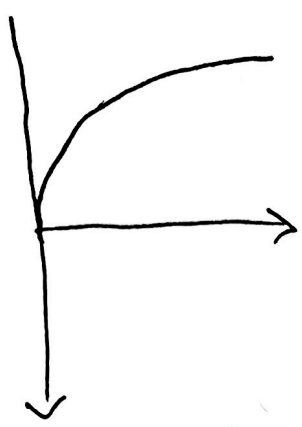
inversfunksjonen er



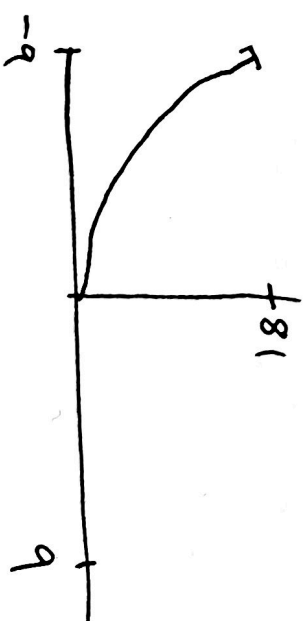
$Y = X^2$   
 $D_f = \mathbb{R}$   
 ingen inversfunktion.



Augrens  $x^2$  til  $[0, \infty)$ ,  
 hva  $x^2$  er stigende  
 $f(x) = x^2$   $D_f = [0, \infty)$   
 har inversfunktion  
 $g(x) = \sqrt{x}$ .

  
 $Y = X^2$  Def. mengde  $[-\infty, 0]$   
 Inversfunktion er da  $-\sqrt{Y}$ .

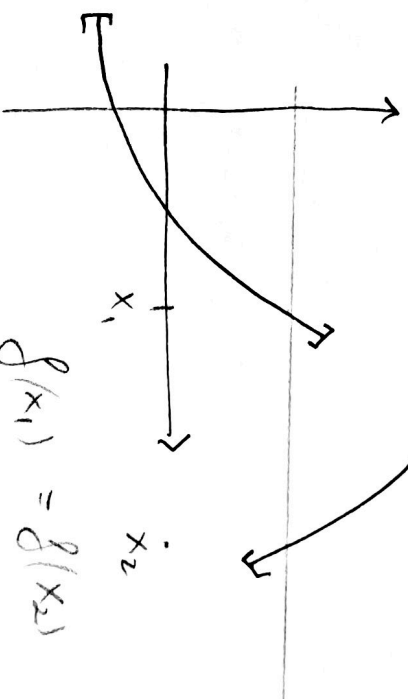
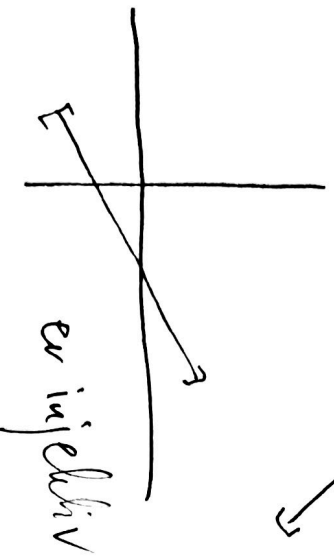
$f(x) = Y = x^2$   
 $D_f = [-9, 0] \cup (9, \infty)$   
 $f^{-1}(x) = \begin{cases} -\sqrt{x} & 0 \leq x \leq 81 \\ \sqrt{x} & 81 < x \end{cases}$



$f(x)$  er injektiv (én-til-én)

hvis  $f(x) = f(z)$  impliserer at  $x = z$ .

$$(x_1 \neq x_2 \Rightarrow f(x_1) \neq f(x_2))$$



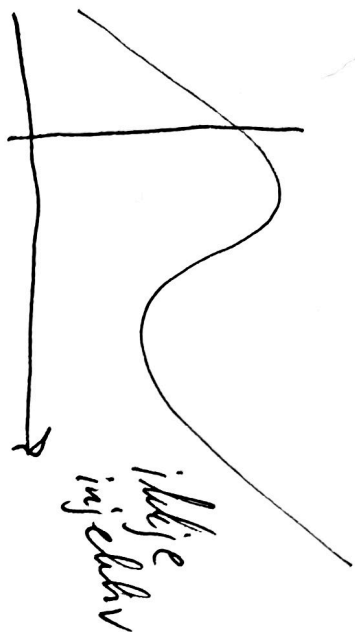
$$f(x_1) = f(x_2)$$

$$x_1 \neq x_2$$

Hvis  $f(x)$  er injektiv, så har  $f$  en inversfunktion.

$f^{-1}(y) = x$  hvor  $x$  er den eneste værdi  
slik at  $f(x) = y$

$$y \in V_f$$



$f(x) = x^3 - 2x$  med def. mængde  $[1, \infty)$ .

er  $f$  injektiv på  $D_f$ ?

$$f'(x) = 3x^2 - 2 \geq 3 - 2 = 1 \text{ for alle } x \geq 1.$$

$f$  er stigende på  $D_f = [1, \infty)$   
 så  $f$  er injektiv.

$$y = x^3 - 2x$$

$x(x^2 - 2) \dots$  (kompleks formel)

$f(x)$  er stigende  
 og injektiv

$$(x_1 < x_2 \Rightarrow f(x_1) < f(x_2)) \Rightarrow f \text{ er injektiv.}$$