14.04
2021

19.4 Betinga sannsynlighet

A, B hendelser $(\subset S)$

"Den betinga sannsynligheten for A gitt B": $\underline{P(A|B)}$

$A \cap B = \emptyset$ da er $P(A|B) = 0$

(eller $P(A \cap B) = 0$)

Terningkast

$H_4 = \{4\}$ $\qquad H_{\leq 3} = \{1, 2, 3\}$

$H_{\text{partall}} = \{2, 4, 6\}$

$P\{H_4 | H_{\text{partall}}\} = \frac{1}{3}$ $\qquad P(H_4 | H_{\leq 3}) = 0$

$P(H_{\leq 3} | H_{\text{partall}}) = P(H_2 | H_{\text{partall}}) = \frac{1}{3}.$

$P(H_{\text{partall}} | H_4) = 1$

Oppg.

Kaster en terning

$S = \{1,2,3,4,5,6\}$.

$P\{i\} = \frac{1}{6}$.

$P(H_{\geq 2} \mid H_{odde}) = P(H_{\geq 2} \cap H_{odde}) / P(H_{odde}) = \underline{2/3}$

$P(H_{\geq 2} \mid H_{jevn}) = P(H_{\geq 2} \cap H_{jevn}) / P(H_{jevn}) = \underline{1}$

$H_{\geq 2} \cap H_{jevn} = \{2,3,4,5,6\} \cap \{2,4,6\}$
$= \{2,4,6\} = H_{jevn}$

$H_{\geq 2} \cap H_{odd} = \{3,5\}$

Oppg Kaster to mynter

$S = \{MM, KK, KM, MK\}$ like

uniform sannsynlighetsfordeling.

$H_{\text{én } M} = \{KM, MK\}$

$H_{\text{minst en mynt}} = \{KM, MK, MM\}$

$H_{\text{én } K} = \{KM, KM\}$

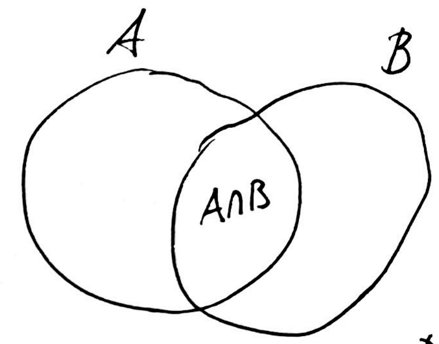
$P(H_{\text{en } M} \mid H_{\text{en } K}) = 1$

$P(H_{\text{minst en } M} \mid H_K) = 1$

$P(H_{\text{én mynt}} \mid H_{\text{minst én } M}) = \frac{P(H_{\text{én } M})}{P(H_{\text{minst én } M})} = \underline{\frac{2}{3}}$

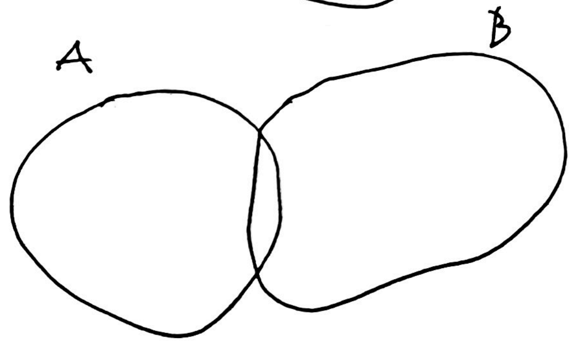
$$\boxed{P(A|B) = \frac{P(A\cap B)}{P(B)}}$$ når $P(B)>0$

$P(A|B) \sim \frac{1}{3}$



$$P(B|A) = \frac{P(A\cap B)}{P(A)}$$

$P(A|B)$ liten



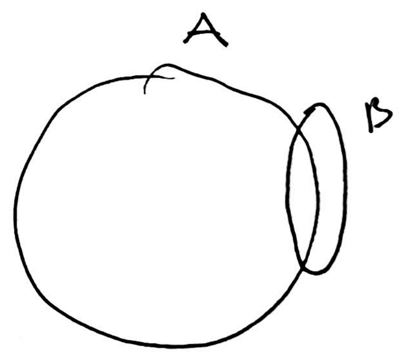
$$\boxed{P(B|A) = \frac{P(B)}{P(A)} P(A|B)}$$

Bayes setning

$P(B|A)$ er lik $P(A|B) \Leftrightarrow P(A)=P(B)$.

$P(A|B) \sim \frac{1}{2}$

$P(B|A)$ liten



To sykdommer A og B

$P(A) = 2\%$ $\qquad$ $P(B) = 4\%$

$P(A \cup B) = 5\%.$, $\quad P(A \cap B) = P(A) + P(B) - P(A \cup B)$

$(2 + 4 - 5)\% = 1\%$

$$P(A \mid B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} = \frac{1\%}{4\%} = \underline{\frac{1}{4}}$$

$$P(B \mid A) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)} = \frac{1\%}{2\%} = \frac{1}{2}.$$

(19.7 i boka)

To hendinger A og B er Uavhengige hvis

$P(A \mid B) = P(A) \cdot 1 = P(A).$

$(\Leftrightarrow P(B \mid A) = P(B))$

19.5 Produksetningen

$$P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}$$ gange med $P(B)$

$$\underline{P(A \cap B) = P(A|B) \cdot P(B)}$$ og $P(A \cap B) = P(B|A) \cdot P(A)$

eks

50 lodd trekker ut 3 av loddene.

5 vinnerlod.

$$P(H_3) = \frac{5}{50} \cdot \frac{4}{49} \cdot \frac{3}{48} = \frac{1}{10} \cdot \frac{3}{49 \cdot 12} = \frac{1}{40 \cdot 49} \sim \frac{1}{2000}$$

sann for å vinne på 1. loddet

sann for å vinne på 2. lodd gitt at vi har vunnet på 1. lodd

Sann. for å vinne på 3. lodd gitt at vi har vunnet på 1. og 2. lodd.

H_2 = vinner ikkje

H_1 = Vinner på minst ett av loddene.

$H_1 \cap H_2 = \emptyset$ $\quad H_1 \cup H_2 = S$

$H_1 = \overline{H_2}$ komplementer.

H_3 vinner på alle 3 loddene.

$$P(H_2) = \frac{45}{50} \cdot \frac{44}{49} \cdot \frac{43}{48} = \frac{9}{10} \frac{11}{12} \frac{43}{49} \sim 0.724.$$

$$P(H_1) = 1 - P(\overline{H_1}) = 1 - P(H_2) = \underline{0.276}$$

opcg. Klasse med 20 elever. $= n$

365 dager/år.

H : ingen elever har bursdag samme dag

$\overline{H}$: minst to av elevene har bursdag samme dag.

$$P(H) = 1 \cdot \underbrace{\frac{364}{365} \cdot \frac{363}{365} \cdot \frac{362}{365} \cdots \frac{365-n+1}{365}}_{n-1 \text{ faktorer.}} = \underline{0.58856..} \sim 59\%$$

Sannsynlighet for at minst to elever har bursdag samme dag

$$\underline{1 - P(H) = 41\%}$$