19 april 2021

19.6 Total sannsynlighet.

Klasse

Utfallsrommet S er mengden av elevene.

40% av jentene strøk og 60% av guttene strøk.

Plukker ut én elev (stokastisk forsøk)

Hva er sannsynligheten for at eleven strøk?

Sannsynligheten er mellom 40% og 60%.

Vi får vite at det er 20 elever i klassen

8 jenter

12 gutter.

Hendelser

$J, G \subset S$

$J \cap G = \emptyset$

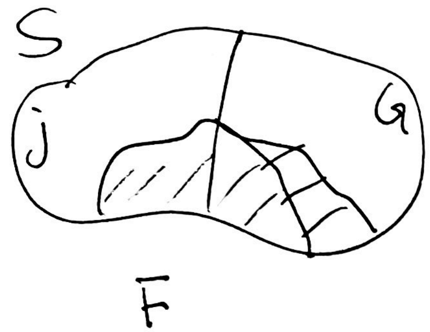
$J \cup G = S$

$F \subset S$

elever som stryker.

$P(J) = \frac{8}{20} = \frac{4}{10} = 40\%$

$P(G) = \frac{12}{20} = \frac{6}{10} = 60\%$



$$P(F) = P\big((j \cap F) \cup (G \cap F)\big)$$
$$= \underbrace{P(j \cap F)}_{P(F|j)P(j)} + \underbrace{P(G \cap F)}_{P(F|G) \cdot P(G)}$$

(Bruker vi produktsetningen: $P(A|B) = \dfrac{P(A \cap B)}{P(B)}$ så $P(A \cap B) = P(A|B) \cdot P(B)$)

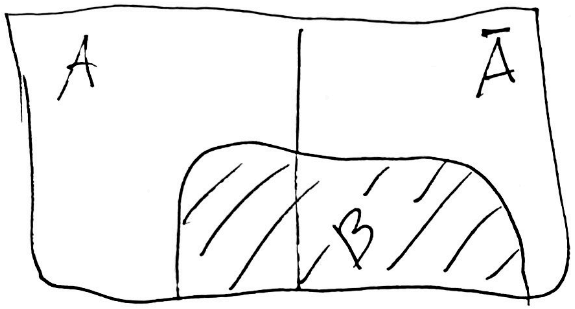
$$P(F) = \underset{\uparrow}{0.4} \cdot \underset{\uparrow}{0.4} + 0.6 \cdot 0.6 = 0.16 + 0.36$$
$$= 0.52 = \underline{52\%}$$

andelen av jentene som stryke

sannsynligheten for å trekke en jente

$$20 \cdot 0.52 = 10 + 0.4 = 10.4$$

i gjennomsnitt vil 10.4 av 20 elever stryke



$$P(B) = \overbrace{P(B \cap A) + P(B \cap \bar{A})}^{\text{total sannsynlighet.}}$$

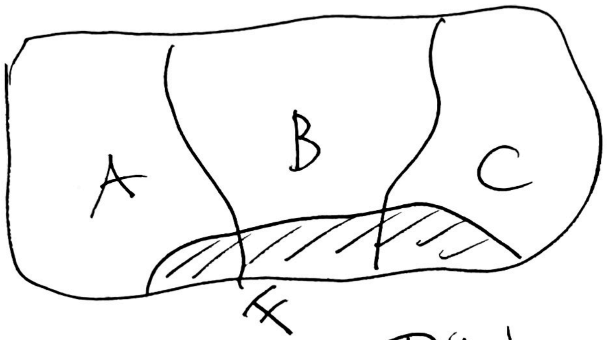
$$= P(B|A)P(A) + P(B|\bar{A})P(\bar{A})$$

$$P(\bar{A}) = 1 - P(A).$$

$A \subset S$ Hendelse

$\bar{A}$ komplementet til A i S

$$\bar{A} = \{a \in S \mid a \notin A\}$$



S

$A \cup B \cup C = S$ disjunkte

$P(F) = P((F \cap A) \cup (F \cap B) \cup (F \cap C))$ disjunkt union

$= P(F \cap A) + P(F \cap B) + P(F \cap C)$

$= P(F|A) \cdot P(A) + P(F|B) \cdot P(B) + P(F|C) \cdot P(C)$

Oppg. Stor Bedrift S ansatte i bedriften.

G — ansatte med alder ≥ 51 år

U — ≤ 29 år

V — mellom 30 år og 50 år.

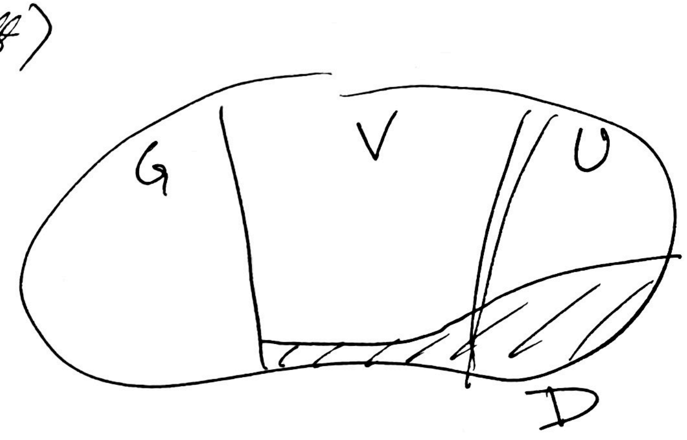
$S = G \cup V \cup U$ disjunkt. så $P(S) = 1 = P(G) + P(V) + P(U)$

$P(G) = 0.3$ $P(V) = 0.5$.

Hva er $P(U)$? $P(U) = P(S) - P(V) - P(G) = 1 - 0.5 - 0.3 = \underline{0.2}$

D deltidsansatt (ikke fast ansatt)

$\bar{D} = F$ fulltidsansatt. (fast ansatt)



$P(D|U) = 0.3$ $\quad P(D|G) = 0$

$P(D|V) = 0.1$

Hva er $P(D)$?

Hva er $P(F)$?

$$\underline{P(D)} = P(D \cap U) + P(D \cap V) + P(D \cap G)$$

$$= P(D|U) \cdot P(U) + P(D|V) \cdot P(V) + \underbrace{P(D|G)\,P(G)}_{0}$$

$$0.3 \cdot 0.2 + 0.1 \cdot 0.5 = 0.06 + 0.05$$

$$= 0.11 = \underline{11\%}$$

så 11% er deltidsansatte.

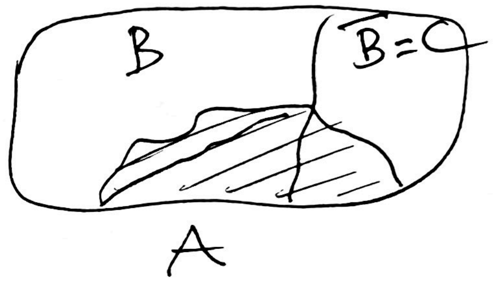
$$P(F) = P(\bar{D}) = 1 - P(D) = 1 - 11\% = \underline{89\%}$$

$A, B, C \subseteq S$
Hendelser

$\overline{B} = C$ så $P(C) = 1 - P(B)$

$P(A) = 27\%$ $\quad P(B) = 70\%$

$P(A|B) = 30\%$



Hva er $P(A|C)$?

$$\underline{P(A)} = P(A \cap B \cup A \cap C)$$
$$= P(A \cap B) + P(A \cap C) = \underline{P(A|B)} \cdot \underline{P(B)} + P(A|C) \cdot \underline{P(C)}$$
$$27\% = 30\% \cdot 70\% + \overset{?}{P(A|C)} \cdot 30\%$$
$$0.27 = \underbrace{0.3 \cdot 0.7}_{0.21} + P(A|C) \cdot 0.3$$
$$P(A|C) \cdot 0.3 = 0.27 - 0.21 = 0.06$$
$$P(A|C) = \frac{0.06}{0.3} = 0.2 = \underline{20\%}$$

Befolkning.

5% har vært smittet, men overlevde.

Det herjer en pest.

5% av befolkningen er døde.

60% —— er vaksinert

30% —— som ikke er smitta enda.

Går utfra at hele befolkningen etterhvert utsettes for smitte.

5% av de vaksinerte blir smittet og dør.

Er man smittet og overlever, blir man ikke smittet igjen.

50% av de som ikke er vaksinert blir smittet og dør.

Hvor stor andel av befolkning er døde, kommer til å dø av pesten.

$$P(D) = 5\% + \underset{\text{vaksinerte}}{0.60 \cdot 0.05} + \underbrace{0.30 \cdot 0.5}_{\text{uvaksinerte}} + 0 \cdot 0.05$$

$$0.05 + 0.03 + 0.15 + 0$$

$$P(D) = 23\%$$

Oppg 19.41 Familie med 2 barn. Tilfeldig valgt.

A : J, G

B : Eldste barnet er gutt

C : Minst én gutt

$P(A)$, $P(B)$, $P(C)$ $P(A|B)$, $P(A|C)$

$P(jj) = \frac{1}{4}$

$P(jG) = 1/4$

$P(Gj) = 1/4$

$P(GG) = \frac{1}{4}$.

$S = \{jj, jG, Gj, GG\}$

eldst yngst

$P(A) = P(\{jG, Gj\}) = 1/2$

$P(B) = P(\{GG, Gj\}) = 1/2$

$P(C) = P(\{GG, Gj, jG\}) = \frac{3}{4} = 75\%$

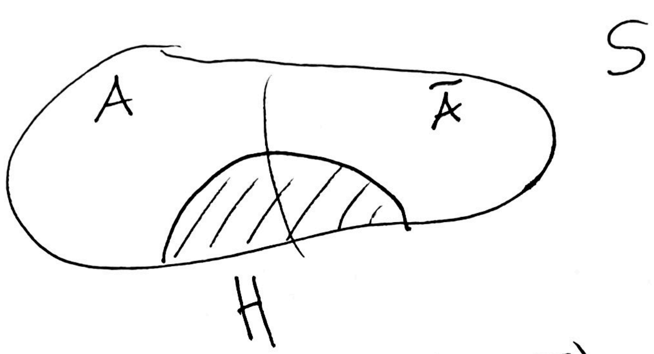
$$P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} = \frac{P(\{Gj\})}{P(B)} = \frac{1/4}{1/2}$$

$= 1/2$

Dette er lik $P(A)$
Så A og B er uavhengige hendelser.

$$P(A|C) = \frac{P(A \cap C)}{P(C)} = \frac{P(A)}{P(C)} = \frac{1/2}{3/4}$$

$= \frac{2}{3} \sim 66.6\%$ ($\neq P(A)$ så hendelsene A og C er avhengige)



$$H = (H \cap A) \cup (H \cap \bar{A})$$

disjunkt

$$P(H) = P(H \cap A) + P(H \cap \bar{A})$$

$$P(H|A) \cdot P(A) + P(H|\bar{A}) \cdot P(\bar{A}).$$

Oppg.

Barnehage

F forkjølt

$P(G) = 35\%$

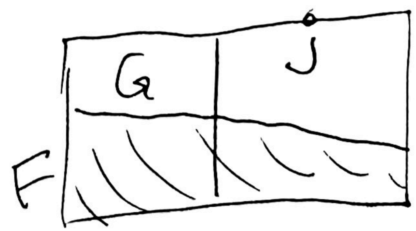
$P(F|G) = 60\%$

$P(J) = P(\bar{G}) =$

$1 - 35\% = 65\%$

$P(F|J) = 50\%$

$P(F)$?



$$P(F) = P\left((F \cap G) \cup (F \cap j)\right)$$

$$= P(F \cap G) + P(F \cap j)$$

$$= P(F \mid G) \cdot P(G) + P(F \mid j) \cdot P(j)$$

$$\underbrace{60\%}_{50\% + 10\%} \cdot 35\% + 50\% \cdot 65\%$$

$$= 10\% \cdot 35\% + 50\% \overbrace{(35\% + 65\%)}^{1}$$

$$0.035 + 0.5$$

$$= 0{,}535 = \underline{53{,}5\%}$$