Innlevering	Fork1100 - Matematikk forkurs OsloMet
	Obligatorisk innlevering 5
Innleveringsfrist	Fredag 12. februar 2021 kl 12:30
Antall oppgaver:	11

Alle svar skal begrunnes.
Alle funksjonene har den naturlige definisjonsmengden, hvis ikke annet er oppgitt.

1

Deriver de følgende funksjonene.

$$a(x) = x^7$$

$$b(x) = 3x^{11}$$

$$c(x) = 5 + 3x - 5x^2 - 13x^4$$

$$d(x) = 2x^0 + 43.54x^2 + 3\sqrt{2}x^5 + (3/4)x^7$$

$$e(x) = 6\sqrt{x} + \frac{4}{x}$$

$$f(x) = 5(2x-5)^2 - 3(2x-5)^9$$

$$g(x) = \frac{4}{5-3x} + 5\sqrt{3-x} + \sqrt{3x}$$

2

Finn tangent- og normal-linjene til funksjonen $f(x) = x^4 - x^3 + x^2 - 2$ i punktet $(1, -1)$.

3

For hver av funksjonene 1) Beskriv den naturlige definisjonsmengden D_f til funksjonen 2) finn verdiene i D_f hvor funksjonen ikke er kontinuerlig 3) finn verdiene i D_f hvor funksjonen ikke er deriverbar, og finn den deriverte til funksjonen (hvor den eksisterer).

$$a(x) = \sqrt{12x-9}$$

$$b(x) = \frac{x^2-4}{x-2}$$

$$c(x) = |x| + 5|2x-3|$$

$$d(x) = |x(1-x)|$$

$$e(x) = \begin{cases} 2x-1 & x \leq 1 \\ x^2 & 1 < x \end{cases}$$

$$f(x) = \begin{cases} x & x \leq -1 \\ x+3 & -1 < x < 1 \\ 5-x^2 & x \geq 1 \end{cases}$$

4

Bestem a slik at funksjonen

$$f(x) = \begin{cases} (x^3 + 2x - 3)/(x^2 - 1) & x \neq \pm 1 \\ a & x = 1 \end{cases}$$

blir kontinuerlig i $x = 1$. Bestem alle asymptotene til funksjonen.

5

Finn asymptotene og diskontinuitetene til funksjonene nedenfor. Lag gjerne en enkel skisse av grafen til funksjonene.

$$a(x) = \frac{1}{x-2} + 2$$

$$b(x) = \frac{2x-1}{x+1}$$

$$c(x) = \frac{x^3+8}{(x+2)^2}$$

$$d(x) = \frac{x^3 + 8x^2 + 13x + 6}{x^2 + 5x - 6}$$

$$e(x) = \begin{cases} 2x - 1/x & x < 0 \\ 3 & x = 0 \\ (3x+1)/(-x+1) & 0 < x, x \neq 1 \end{cases}$$

$$f(x) = \begin{cases} \sqrt{x^2+1} & x \leq 0 \\ 1/(2x^2 - 1) & 0 < x < 1 \\ \sqrt{x+1} - \sqrt{x} & x \geq 1 \end{cases}$$

6

Gitt følgende funksjon med definisjonsmengde alle reelle tall

$$g(x) = 2x^3 - 9x^2 + 12x$$

Finn nullpunkt, ekstremalpunkt og vendepunkt til $g(x)$. Avgjør hvor $g(x)$ vokser og avtar, og hvor den er konkav opp og konkav ned. Lag en skisse av grafen til $g(x)$.

7

Vi skal lage til en åpen boks med volum $1m^3$. Bunnen skal være like tjukk som veggene.

1) Vis at boksen må være kvadratisk.

2) Hva må dimensjonen på boksen være for at kostnadene (som er proporsjonale til overflatearealet) skal minimeres?

8

Finn inversfunksjonen til

$$y = 3x - 4$$

$$z = \sqrt{3x + 5}$$

$$æ = x^2 + 2x + 3 \qquad x \leq -1$$

For den siste funksjonen skal inversfunksjonen være slik at $x(æ) \leq -1$.

9

En funksjon er gitt ved

$$g(x) = \begin{cases} x^2 + 2x & -3 < x < 0 \\ x - x^2 & 0 \leq x \leq 2 \\ x\sqrt{x} - 3 & 2 < x \leq 3 \end{cases}$$

Finn asymptotene, nullpunktene til $g(x)$. Avgjør hvor $g(x)$ vokser og avtar. Finn de kritisk punktene og ekstremalpunktene til $g(x)$. Finn vendepunktene og avgjør hvor funksjonen $g(x)$ er konkav opp og konkav ned. Lag en skisse av grafen til $g(x)$.

10

Deriver følgende funksjoner

$$a(x) = x^{\sqrt{2}} - 2x^{\pi} + x^2\sqrt{x}$$

$$b(x) = \sqrt{3x^5} - \frac{2}{x^5}$$

$$c(x) = \frac{2}{1 + x^2} - \sqrt[3]{4 + x^3}$$

$$d(x) = 3x^2(2x - 7)^5 + \frac{x^3}{1 + x + x^2}$$

$$e(x) = \frac{\sqrt{2x - 1}}{(x + 1)^4}$$

$$f(x) = \ln|2x + 3| - x\ln|x^2 - 4|$$

$$g(x) = e^{-x} - 3e^{x^2 - 4} + \frac{2}{e^{3x-1}}$$

11

Finn ekstremalpunkt og vendepunkt til funksjonen

$$f(x) = xe^{-2x+1} \qquad x \geq 0$$

Bestem monotoniegenskapene til funksjonen og avgjør hvor den er konkav opp og konkav ned.