

1 Finn vinkelen mellom sidene b og c i trekannten ABC hvor $A(1,1,2)$, $B(3,2,4)$ og $C(5,4,2)$. Finn også lengdene til sidene b og c .

2 Et plan $\mathcal{A}$ er gitt ved $x - y + 2z = 3$. Gi et eksempel på et plan som står vinkelrett på $\mathcal{A}$ og som går gjennom origo. Beskriv planet ved en likning.

3. Løs diff likningen $y' + 3y + 2 = 0$

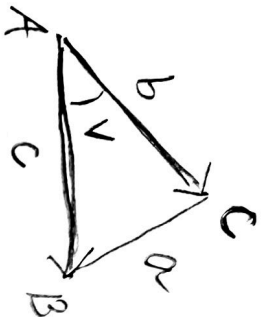
4. Løs initialverdi problemet $(y')^2 = x \cdot y$
 $y(0) = 4$.

5 mai 2021 Lika test.

L = hi "mini test"

$$\cos V = \frac{\vec{AB} \cdot \vec{AC}}{|\vec{AB}| \cdot |\vec{AC}|}$$

1.



$$|\vec{AB}| = c$$

$$|\vec{AC}| = b$$

$$\vec{AB} = \vec{OB} - \vec{OA}$$

$$[3, 2, 4] - [1, 1, 2] = [2, 1, 2]$$

$$\vec{AC} = \vec{OC} - \vec{OA} = [5, 4, 2] - [1, 1, 2]$$

$$= [4, 3, 0]$$

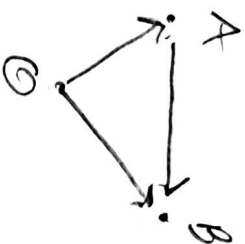
$$c = |\vec{AB}| = \sqrt{2^2 + 1^2 + 2^2} = \sqrt{4 + 1 + 4} = \sqrt{9} = 3$$

$$b = |\vec{AC}| = \sqrt{4^2 + 3^2 + 0^2} = \sqrt{16 + 9} = \sqrt{25} = 5$$

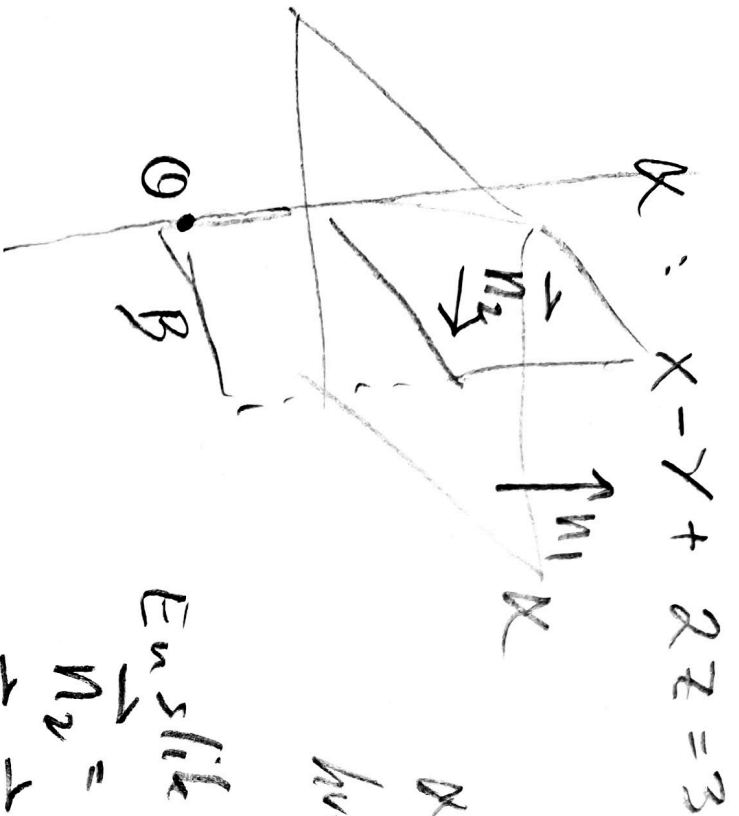
$$\cos(V) = \frac{3 \cdot 5}{3 \cdot 5} = \frac{(2 \cdot 4 + 1 \cdot 3 + 0)}{3 \cdot 5} = \frac{11}{15}$$

$$V = \arccos\left(\frac{11}{15}\right) = 42.83^\circ$$

Viiden määnn sideine
 bog C er outbreast 42.8°
 Længden hi side ber 5 og hi side er 3.



2.



normal vektor
er $\vec{n}_1 = [1, -1, 2]$

A og B skal være vinkelrett på
hverandre $\Leftrightarrow \vec{n}_1 \perp \vec{n}_2$.

En slik normal vektor $\vec{n}_2$ er

$$\vec{n}_2 = [1, 1, 0] \text{ fordi}$$

$$\vec{n}_1 \cdot \vec{n}_2 = 1 \cdot 1 + (-1) \cdot 1 + 2 \cdot 0 = 0$$

$$B: x + y + 0 \cdot z = d$$

gjennom origo når $d = 0$.

Et slikt plan er $x + y = 0$.

3

$$y' + 3y + 2 = 0$$

I

$$y' = -3y - 2$$

separated diff.likings

$$\int \frac{y'}{-3y-2} dx = \int 1 dx$$

$$\int \frac{-1}{3y+2} dy = x + C$$

$$u = 3y+2$$

$$u' = 3y'$$

$$du = 3 dy$$

$$-\int \frac{1}{u} \frac{1}{3} du = x + C$$

$$-\frac{1}{3} \ln|u| = x + C$$

$$\ln|u| = (-3x + C')$$

$$e^{\ln|u|} = e^{(-3x + C')}$$

$$|u| = e^{C'} \cdot e^{-3x}$$

$$k \in \mathbb{R}$$

$$u = k e^{-3x}$$

$$3y+2$$

$$= k e^{-3x}$$

$$-\frac{2}{3}$$

$$y = \frac{1}{3}(k e^{-3x} - 2),$$

$$y(x) = \frac{k e^{-3x} - \frac{2}{3}}{k \in \mathbb{R}}$$

II

$$y' = -3y - 2$$

$$(y + \frac{2}{3})' = -3(y + \frac{2}{3})$$

lignes på $u' = -3u$

$$u = y + \frac{2}{3}$$

$u = k e^{-3x}$ er løsningene ...

4

$$(y')^2 = x \cdot y$$

ikke-lineær diff. ligning.

$$y' = \pm \sqrt{x \cdot y} = \pm \sqrt{x} \sqrt{y}$$

separabel

(logisk løsning
for $x, y > 0$
 $x, y < 0$)

$$\int \frac{y'}{\sqrt{y}} dx = \pm \int \sqrt{x} dx$$

$$\int y^{1/2} dy = \pm \int x^{1/2} dx$$

$$\frac{y^{3/2}}{3/2} = \pm \frac{x^{3/2}}{3/2} + C$$

$$y^{1/2} = \pm \frac{1}{3} x^{3/2} + C$$

$$y = \left(\pm \frac{1}{3} x^{3/2} + C \right)^2$$

$$= \left(\pm \left(\frac{1}{3} x^{3/2} \pm C \right) \right)^2$$

$$y(x) = \frac{\left(\frac{1}{3} x^{3/2} + C \right)^2}{}$$

$$y(0) = 4$$

$$y(0) = \left(0 + C \right)^2 = 4$$

$$C = \pm 2$$

$$y(x) = \left(\frac{1}{3} x^{3/2} + 2 \right)^2 \quad x > 0$$

$$\left. \begin{aligned} & - \left(\frac{1}{3} x^{3/2} + 2 \right)^2 \\ & - \left(\frac{1}{3} (-x)^{3/2} - 2 \right)^2 \end{aligned} \right\} x < 0$$

$$\left(\begin{array}{l} C \in \mathbb{R} \\ \text{og så l\u00f8sning} \\ \text{med } x < 0 \\ \text{og } x < 0 \end{array} \right)$$

$$y(x) = - \left(\frac{1}{3} x^{3/2} + C \right)^2 \quad x < 0.$$