17 aug. 2021 Rasjonale tall

1.

$\frac{2}{3}, \frac{1}{4}, 27 = \frac{27}{1}$

$\frac{4}{4} = \frac{1}{1} = 1$

innfører $\frac{1}{a}$ slik at $\frac{1}{a} \cdot a = 1$ $a \neq 0$

$\frac{1}{a} \cdot b = \frac{b}{a}$

teller

brøkstrek.

nevner

$\xleftarrow{\text{forkorte}}$

$\frac{2}{3} = \frac{2}{3} \cdot 1 = \frac{2}{3} \cdot \frac{5}{5} = \frac{10}{15}$

$\xrightarrow[\text{utvider}]{}$

2

$$\frac{1}{a}\cdot\frac{1}{b}\cdot a\cdot b = \underbrace{\left(\frac{1}{a}\cdot a\right)}_{1}\underbrace{\left(\frac{1}{b}\cdot b\right)}_{1} = 1$$

Derfor er $\underline{\frac{1}{a}\cdot\frac{1}{b} = \frac{1}{a\cdot b}}$.

$$\frac{2}{5}\cdot\frac{7}{9} = \frac{2\cdot 7}{5\cdot 9} = \frac{14}{45}$$

$$\frac{10}{14}\cdot\frac{21}{40} = \frac{10\cdot 21}{14\cdot 40} = \frac{10\cdot 21}{40\cdot 14} = \frac{10}{40}\cdot\frac{21}{14}$$

$$= \frac{1\cdot 10}{4\cdot 10}\cdot\frac{3\cdot 7}{2\cdot 7} = \frac{1}{4}\cdot\underbrace{\frac{10}{10}}_{1}\cdot\frac{3}{2}\cdot\underbrace{\frac{7}{7}}_{1} = \frac{1}{4}\cdot\frac{3}{2} = \underline{\frac{3}{8}}$$

$$\frac{10+4}{4} = \frac{2\cdot(5+2)}{2\cdot 2} = \frac{2}{2}\cdot\frac{7}{2} = \underline{\frac{7}{2}}$$

$$\frac{5+25}{35+25} = \frac{30}{60} = \frac{30\cdot 1}{30\cdot 2} = \frac{30}{30}\cdot\frac{1}{2} = \underline{\frac{1}{2}}.$$

3) Sum av brøker.

$$\frac{1}{3}(2+13) = \frac{1}{3}\cdot 2 + \frac{1}{3}\cdot 13$$

$$\frac{2+13}{3} = \frac{2}{3} + \frac{13}{3}$$

transitivitet

Like nevnere

$$\boxed{\frac{a}{b} + \frac{c}{b} = \frac{a+c}{b}}$$

$$\frac{1}{3} + \frac{1}{2} = \frac{1}{3}\cdot\frac{2}{2} + \frac{1}{2}\cdot\frac{3}{3}$$

$$= \frac{2}{6} + \frac{3}{6} = \underline{\frac{5}{6}}$$

4

$$\frac{5}{18} + \frac{3}{12}$$

$$= \frac{5 \cdot 2}{18 \cdot 2} + \frac{3 \cdot 3}{12 \cdot 3}$$

$$= \frac{10}{36} + \frac{9}{36} = \underline{\frac{19}{36}}$$

$18 = 6 \cdot 3$

$12 = 6 \cdot 2$

$6 \cdot 3 \cdot 2 = 36$
er en fellesnevne

oppg a) $\frac{1}{3} + \frac{3}{4}$

$$\frac{4}{12} + \frac{9}{12} = \underline{\frac{13}{12}}$$

b) $1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4}$

$$= \frac{12}{12} + \frac{6}{12} + \frac{4}{12} + \frac{3}{12}$$

$$= \frac{1}{12}(12 + 6 + 4 + 3)$$

$$= \frac{25}{12} = \frac{24+1}{12}$$

$$= \frac{2 \cdot 12}{12} + \frac{1}{12} = \underline{\underline{2 + \frac{1}{12}}}$$

$$\left(2\tfrac{1}{12}\right)$$

oppg 10 fra oppg. arket

5

$$\frac{6a^4+2a^2}{18a^3+6a} = \frac{2a^2(3a^2+1)}{6a(3a^2+1)} = \frac{2a^2}{6a}$$

$$= \frac{a^2}{3a} = \frac{a}{3} \quad (\text{for } a \neq 0)$$

$$\frac{(a-2)^2-4}{(a+2)^2-4} = \frac{(a-2)(a-2)-4}{(a+2)(a+2)-4}$$

$$= \frac{a^2-4a+4-4}{a^2+4a+4-4}$$

$$= \frac{a^2-4a}{a^2+4a} = \frac{(a-4)a}{(a+4)a} = \frac{a-4}{a+4}$$

$(a \neq 0)$

$$\frac{a}{b} = a \cdot \frac{1}{b}$$

$$\frac{a}{b} \cdot \frac{b}{a} = \frac{a \cdot b}{b \cdot a} = \frac{a \cdot b}{a \cdot b} = \frac{a}{a} \cdot \frac{b}{b} = 1$$

(6) så multiplikativ invers til $\frac{a}{b}$ er $\frac{b}{a}$ $\quad a, b \neq 0.$

$a : b = a/b = \frac{a}{b}$ division

som multiplikasjon : $a \cdot (1/b)$.

$$\frac{1}{a/b} = \frac{b}{a}$$

brudden brøk: brøk av brøker

$$\frac{1}{2/3} = \frac{3}{2}$$

$$\frac{4/3}{5/7} = \frac{4}{3} \cdot (1/(5/7)) = \frac{4}{3} \cdot \frac{7}{5} = \frac{28}{15}.$$

alternativt utvider brøken $\frac{4/3}{5/7} \cdot \frac{3 \cdot 7}{3 \cdot 7} = \frac{4 \cdot 7}{5 \cdot 3} = \frac{28}{15}.$

$(1/2)/3 = \frac{1}{6}$

$1/(2/3) = \frac{3}{2}$

$\frac{\frac{1}{2}}{3}$ betyr $\frac{\left(\frac{1}{2}\right)}{3}$

$1/(2+3) = 1/5$

$(1/2) + 3 = 3{,}5 = 7/2$

$1/2 + 3$

mult
div. før addisjon

7

$(2+3)/5 = 1$

$2 + \left(\frac{3}{5}\right) = \frac{13}{5}$

$\left(\frac{2 \cdot 5}{5} + \frac{3}{5} = \frac{10+3}{5}\right)$

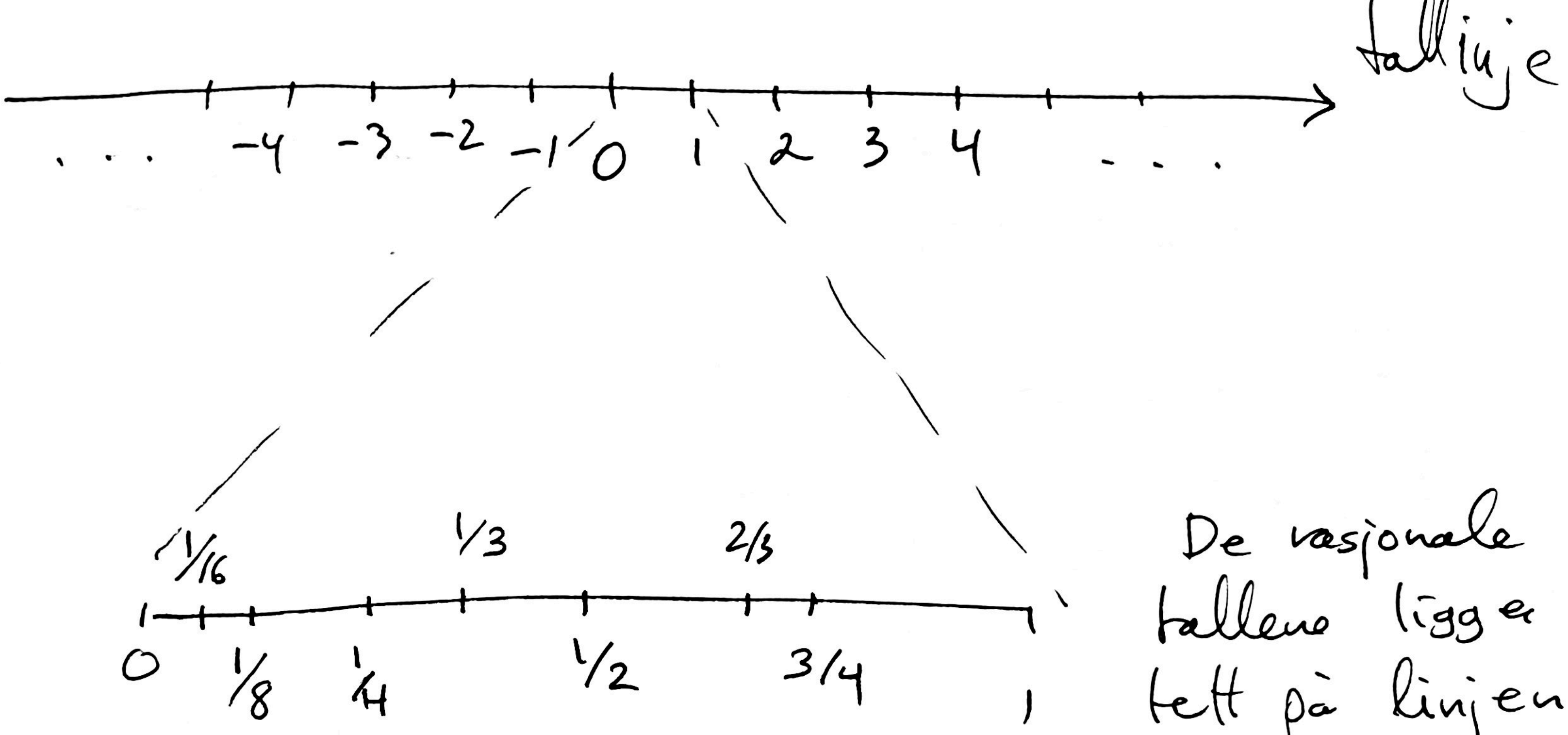
deretter addisjon

$2 + 3/5$

først mult.

Konvensjoner for utelating av parenteser.

8



De rasjonale tallene ligger tett på linjen, men ikkje alle punkt på linja svarer til et rasjonalt tall!

Fyller ut tallinjen slik at alle punkt svarer til et tall.
Dette gir de reelle tallene $\underline{\mathbb{R}}$

+ × assosiative, kommutative og oppfyller transitivitet.

$\sqrt{2}$ reelt tall som ikkje er rasjonalt (en brøk)

9

Røtter. $(\sqrt{2})^2 = 2$

$\sqrt{a} \geq 0 \qquad a \geq 0$

$(\sqrt{a})^2 = a$

$(-2)^2 = 4$

$2^2 = 4$

men $\sqrt{4} = 2$

(Løsningen til $x^2 = 4$ er $x = -2$ og 2)

$\sqrt{a}$ kvadratroten til a

($\sqrt{-1}$ er ikkje et reelt tall finnes ikkje blant $\mathbb{R}$)

$\underline{\sqrt{a \cdot b} = \sqrt{a} \cdot \sqrt{b}} \qquad a, b \geq 0$

Fordi $\sqrt{a}\sqrt{b} \geq 0$

og $(\sqrt{a}\sqrt{b})^2 = \underbrace{\sqrt{a}\sqrt{a}}_{a}\underbrace{\sqrt{b}\sqrt{b}}_{b} = a \cdot b$

$$\sqrt{2+2} = \sqrt{4} = 2$$

$$\sqrt{2} + \sqrt{2} = 2\sqrt{2} \approx 2.82$$

$$\sqrt{a} + \sqrt{b} > \sqrt{a+b}.$$

$1^2 = 1$

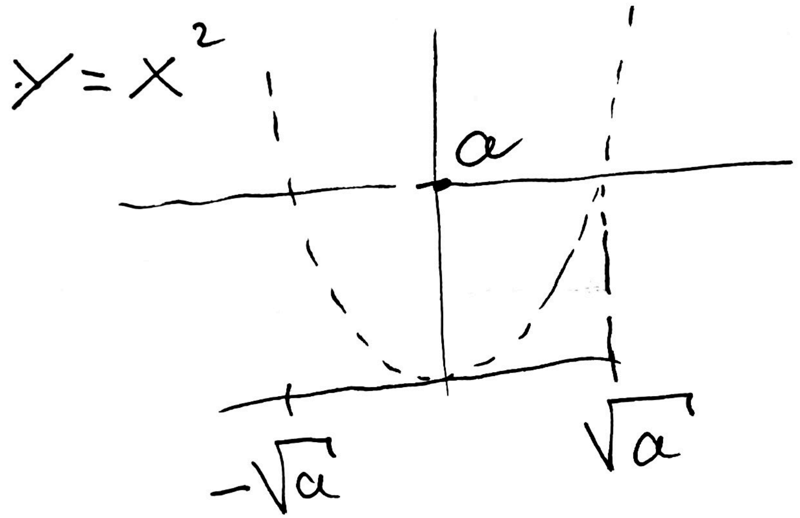
$2^2 = 4$

$(1.5)^2 = 2.25$

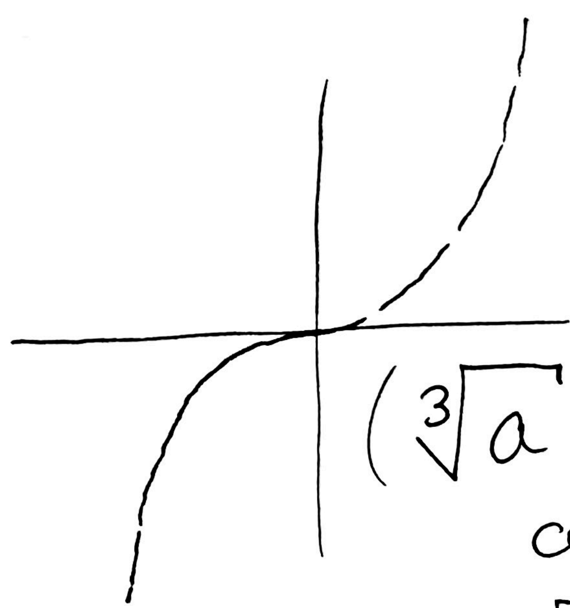
$(1.4)^2 = 1.96$

$\sqrt{2} \sim 1.41\ldots$

10



$y = x^3$



$$\left(\sqrt[3]{a}\right)^3 = a$$

$a \in \mathbb{R}$

$$\sqrt[3]{-1} = -1$$

$$\sqrt[3]{8} = 2, \quad \sqrt[3]{-27} = -3.$$

11

n-te rot

$$\left(\sqrt[n]{a}\right)^n = a$$

$\sqrt[n]{a} \geq 0$ n jevn (2,4,6, etc) $a \geq 0$

$\sqrt[n]{a}$ definert for alle a hvis n er odde (1,3,5, ...)

$\sqrt[4]{16} = 2$ (fordi $2 \geq 0$ $2^4 = 16$)

a^n utvides fra n naturlig tall $a > 0$

til n heltall

rasj. tall

reelle tall

Potensreglene

$$\boxed{\begin{aligned} a^n \cdot a^m &= a^{n+m} \\ (a^n)^m &= a^{n \cdot m} \end{aligned}}$$

12

$$a^0 \cdot a^n = a^{n+0} = a^n$$

$$(a^0 - 1)\,a^n = 0$$

$$a^0 = 1 \quad (a \neq 0)$$

$$(a^0)^m = a^{0 \cdot m} = a^0$$

0^0 to valg

0 eller 1

Velger $0^0 = 1$

13

$$a^{-1} \cdot a = a^{-1} \cdot a^{1} = a^{-1+1} = a^{0} = 1$$

a^{-1} multiplikativ invers til a $\boxed{a^{-1} = \frac{1}{a}}$

$$2^{-1} = \frac{1}{2}$$

$$a^{3} \cdot a^{-2} = a^{3-2} = a$$

$$\frac{a \cdot a \cdot a}{a \cdot a} = a$$

$$a^{-n} = (a^{n})^{-1} = \frac{1}{a^{n}}.$$

Utvider eksponentene til rasjonale tall.

$$(a^{1/2})^{2} = a^{\frac{1}{2} \cdot 2} = a^{1} = a$$

$$a^{1/2} = \sqrt{a}$$

$$\left(8^{2/3} = (8^{1/3})^{2} = (\sqrt[3]{8})^{2} = 2^{2} = \underline{4} \right.$$

$$\boxed{a^{1/n} = \sqrt[n]{a}}$$

$$a^{m/n} = (a^{1/n})^{m} = (\sqrt[n]{a})^{m}$$