18. aug 2021

$\mathbb{N} \subset \mathbb{Z} \subset \mathbb{Q} \subset \mathbb{R}$

addisjon $+$

multiplikasjon $\times$

1

0 $\quad 0 + a = a$ $\quad$ enhets element

1 $\quad 1 \cdot a = a$

kommutativitet $\quad a + b = b + a \quad , \quad a \cdot b = b \cdot a$

assosiativitet $\quad (a+b)+c = a+(b+c) \, , \, (a \cdot b)c = a \cdot (b \cdot c)$

transitivitet $\quad a(b+c) = a \cdot b + ac.$

$(-a) + a = 0$ $\quad$ subtraksjon $\quad a - b = a + (-b)$

$a \neq 0 \quad \left(\frac{1}{a}\right) \cdot a = 1$ $\quad$ Divisjon $\quad b/a = b \cdot \left(\frac{1}{a}\right)$

Potenser $\quad a^n = \overbrace{a \cdots a}^{n}$ $\quad n \in \mathbb{N}$

$a^r \cdot a^s = a^{r+s}$ $\quad a^{-1} = \frac{1}{a}$

$(a^r)^s = a^{r \cdot s}$ $\quad a^{1/n} = \sqrt[n]{a}$

$a > 0 \quad r, s \in \mathbb{R}$

1.3 Variabler

2 x tall uten bestemt verdi

$2x + 3x = (2+3) \cdot x = 5x$ transitivitet.

$(a \cdot b + c) \cdot d = a \cdot b \cdot d + c \cdot d$ trans.

$(a+b) \cdot (c+d) = (a+b) \cdot c + (a+b) \cdot d$ trans.

$= a \cdot c + b \cdot c + a \cdot d + b \cdot d$ trans

oppg. gang ut: $(2x-5)(x+3) = 2x \cdot x + 2x \cdot 3 - 5 \cdot x - 5 \cdot 3$

$= 2x^2 + \underbrace{6x - 5x}_{(6-5)x} - 15$

$= \underline{2x^2 + x - 15}$

3)

$2 + 3 - 7$

ledd

$xy^2 - x + 3x$

ledd

$2 \cdot 3 \cdot (-7)$

faktorer

$(xy^2)(-x)(3x) = x \cdot y^2 \cdot (-1) \cdot x \cdot 3 \cdot x$

faktorer

$4 = 1+1+1+1$

$4 = 2 \cdot 2$

primtall. $5 = 5$ $(5 \cdot 1 = 1 \cdot 5)$

$6 = 2 \cdot 3$ primtallsfaktorisering.

$8 = 2 \cdot 2 \cdot 2 = 2^3$

$16 = 2^4$

$15 = 3 \cdot 5$

Alle naturlige tall har en entydig primtallsfaktorisering.

(4)

$$91 = (70 + 21)$$
$$= (7 \cdot 10 + 7 \cdot 3)$$
$$= 7(10+3) = \underline{7 \cdot 13}$$

$$44100 = 441 \cdot 100$$
$$= (450 - 9) \cdot 10^2$$
$$= 9(50-1) \cdot (2 \cdot 5)^2$$
$$= 2^2 \cdot 5^2 \cdot 3^2 (49) \quad , \quad (49 = 7^2)$$
$$= 2^2 \cdot 3^2 \cdot 5^2 \cdot 7^2$$
$$= \underline{(2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7)^2}$$

(44100 = 44,1 kHz
vanlig samplingsfrekvens)

partall (jevne tall
delelig med 2

$\vdots$
-2
0
2
4
$\vdots$

oddetall : ikkje delelig med 2
$-3, -1, 1, 3, \ldots$

mer detaljer:

$$450 - 9 = 45 \cdot 10 - 9$$
$$= (9 \cdot 5 \cdot 10 - 9)$$
$$= 9(5 \cdot 10 - 1)$$
$$= 9(50 - 1) = 9 \cdot 49$$

transitivitet

(5)

Parameter

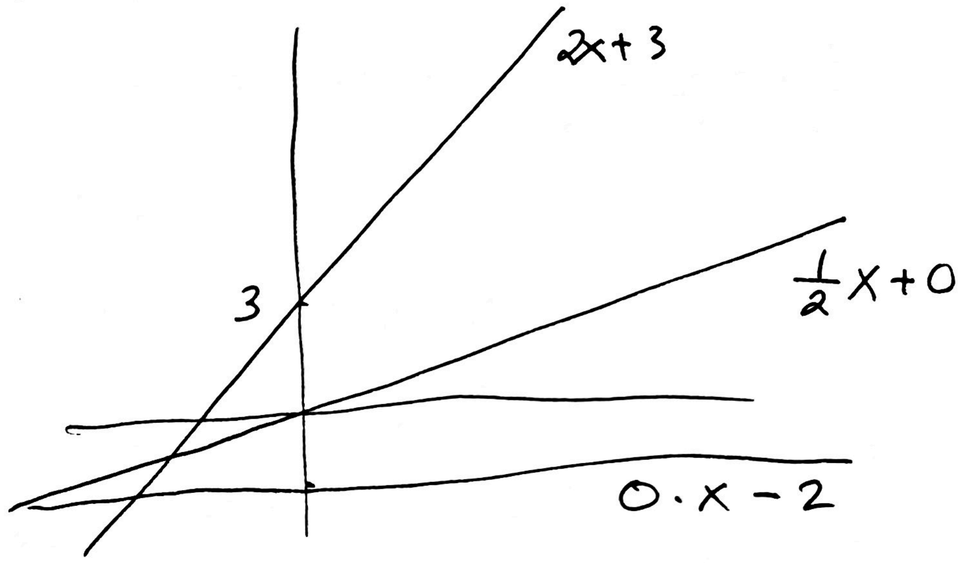
$$y_{(x)} = \underset{\uparrow \text{ variabel}}{a x} + b$$

parametre: a, b

spesifiserer a og b

$y = 2x + 3$

funksjon



123

ikkje delig med 2,5

3 : $120 + 3 = 12 \cdot 10 + 3$
$= 3 \cdot 4 \cdot 10 + 3$
$= 3(40+1) = \underline{3 \cdot 41}$

(41 = 30 + 11 ikkje delelig med 2,3 eller 5. $\sqrt{41} < 7$)

Finn primtallsfaktoriseringen til 221

ikkje delelig med 2,5

3 ? $221 = 180 + 41$
ikkje delelig med 3.

7 ? $221 = \underset{70 \cdot 3}{210} + 11$ nei.

11 ? $221 = 20 \cdot 11 + 1$ nei

13 ? $221 = 260 - 39 = 13 \cdot 20 - 13 \cdot 3 = 13(20-3)$
$= \underline{13 \cdot 17}$

oppg. a) $2x - 3(2x-4) = 2x + (-3)(2x) + (-3)(-4)$

$= 2x - 6x + 12 = -4x + 12 = 4(-x+3) = \underline{4(3-x)}$

6 b) $xy + 2y(-x+4y) + (x-8y)y$

$= x \cdot y + 2y(-x) + 2y \cdot 4y + x \cdot y - 8y \cdot y$

$= xy - 2xy + 8y^2 + xy - 8y^2$

$= xy(1-2+1) + 8y^2 - 8y^2 = 0$ (for alle x og y)

1.4 Rasjonale uttrykk

$a/b = a \cdot \left(\frac{1}{b}\right)$ $b \neq 0$

$\frac{a}{b}$

$(a+3)/(a^2-7)$

$= \frac{a+3}{a^2-7}$ rasjonalt uttrykk.

$a \neq \pm\sqrt{7}$.

$\frac{2a^2}{3a} = \frac{2a \cdot a}{3 \cdot a} = \frac{2a}{3} \cdot \underbrace{\frac{a}{a}}_{1 \text{ for } a \neq 0}$

$= \frac{2a}{3} = \underline{\frac{2}{3} \cdot a}$, $a \neq 0$

forkortet uttrykket

7 $\dfrac{1}{3a} - \dfrac{a-2}{a^2}$

Felles "nevner" til $3a$ og a^2 er $3a^2$

$\dfrac{1}{3a}\cdot\dfrac{a}{a} - \dfrac{a-2}{a^2}\cdot\dfrac{3}{3}$ (utvider til vi får felles nevner)

$$= \frac{a}{3a^2} - \frac{3(a-2)}{3a^2} = \left(\frac{1}{3a^2}\right)a - \left(\frac{1}{3a^2}\right)\left(3(a-2)\right)$$

$$= \frac{1}{3a^2}\left(a - 3(a-2)\right) = \frac{1}{3a^2}\left(a - 3a + (-3)(-2)\right)$$

$$= \frac{1}{3a^2}\left(-2a+6\right) = \frac{-2a+6}{3a^2} = \underline{\frac{2(-a+3)}{3a^2}}$$

og

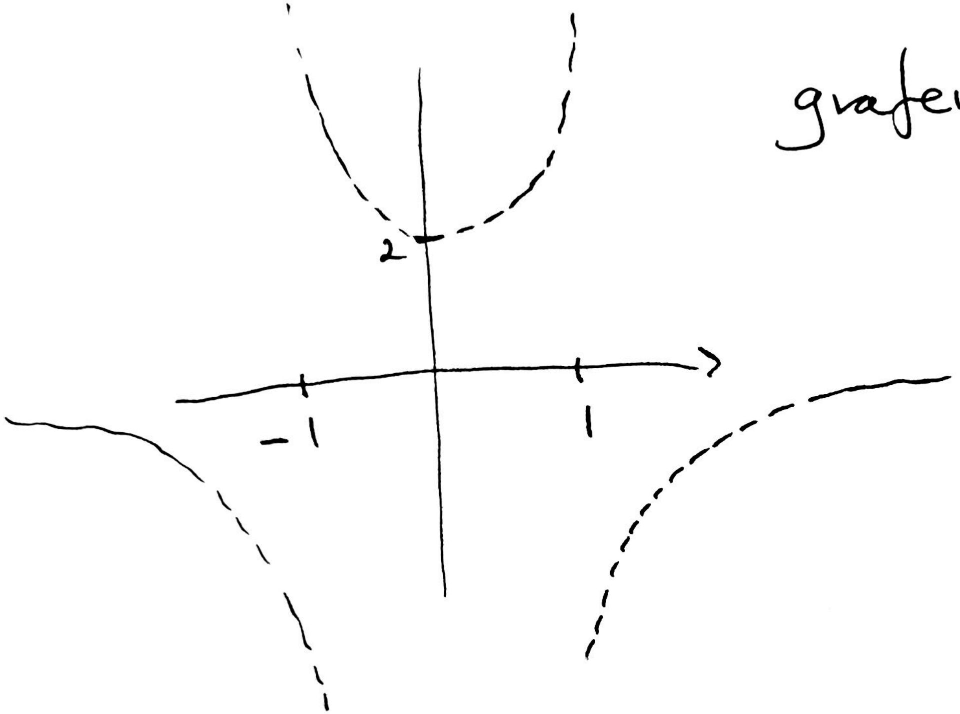
$$\frac{1}{a+1} - \frac{1}{a-1} = \frac{1}{(a+1)}\frac{(a-1)}{(a-1)} - \frac{1}{(a-1)}\frac{(a+1)}{(a+1)}$$

$(a \neq \pm 1,)$ $$= \frac{a-1}{(a+1)(a-1)} - \frac{a+1}{(a+1)(a-1)}$$

$$= \frac{(a-1)-(a+1)}{a^2-1} = \frac{a-1-a-1}{a^2-1} = \underline{\underline{\frac{-2}{a^2-1}}}$$

8

grafen til $\frac{-2}{a^2-1}$



$(a^{1/n} = \sqrt[n]{a})$

$$\sqrt{a}\,\sqrt[3]{a}\,\sqrt[6]{a} = a^{1/2} \cdot a^{1/3} a^{1/6}$$
$$= a^{\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+\frac{1}{6}}$$
$$= a^{\frac{3}{6}+\frac{2}{6}+\frac{1}{6}} = a^{\frac{6}{6}}$$
$$= a^{1} = a$$

$$\underline{\sqrt{a}\,\sqrt[3]{a}\,\sqrt[6]{a} = a}$$