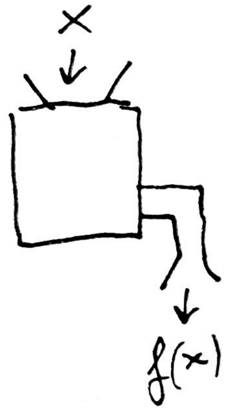
7.sep 2021

4.6 Funksjoner

(1)



Funksjon er en regel som tilordner <u>en</u> verdi $f(x)$ til hver gyldig x.

Eks. $f(x) = x^2 - 3x + 1$ funksjon gitt ved et uttrykk i x

$f(x) = \frac{x+2}{x-1}$ for $x \neq 1$.

$f(3) = 5/2$ etc.

$D_f = \mathbb{R} \setminus \{1\} = \langle -\infty, 1 \rangle \cup \langle 1, \infty \rangle$

$g(x) = \sqrt{x}$ ikke definert for $x \leq 0$.

$g(4) = \sqrt{4} = 2$, $g(3) = \sqrt{3}$

Definisjonsmengden er $D_g = [0, \infty \rangle$

$f(x) =$ uttrykk i x.

<u>Naturlig definisjonsmengde</u> er alle x slik at uttrykket gir mening.

Dette er den "største mulige def. mengden" for uttrykket.

2

funksjon gitt ved tabell

x	1	3	4	7
$f(x)$	8	10	-3	8

$f(3) = 10$ etc

$p(n) =$ antall primtall $\leq n$

$q(n) =$ primtall nummer n

$p(2) = 1$
$p(3) = 2$
$p(4) = 2$
$p(5) = 3$
$\vdots$

Har ikke uttrykk for $p(n)$, $q(n)$.

Likning $a^2 = x$ mengden av løsninger

a variabel. er $x > 0$ $a \in \{-\sqrt{x}, \sqrt{x}\}$

(3) $x = 0$ $a = 0$

$x < 0$ ingen løsning.

Dette gir ikkje en funksjon!

Vi kan lage en funksjon ved å kreve $x \geq 0$

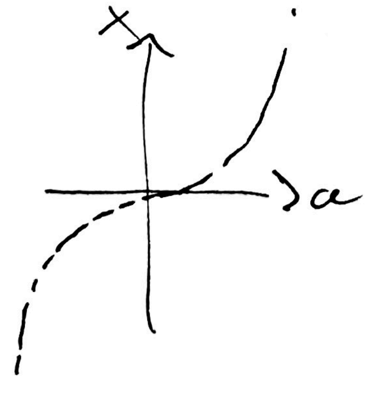
og velge én av løsningene.

Vi velger løsningen ≥ 0.

Gir akkurat én verdi for hver $x \geq 0$

$f(x) = \sqrt{x}$ $D_f = [0, \infty\rangle$.

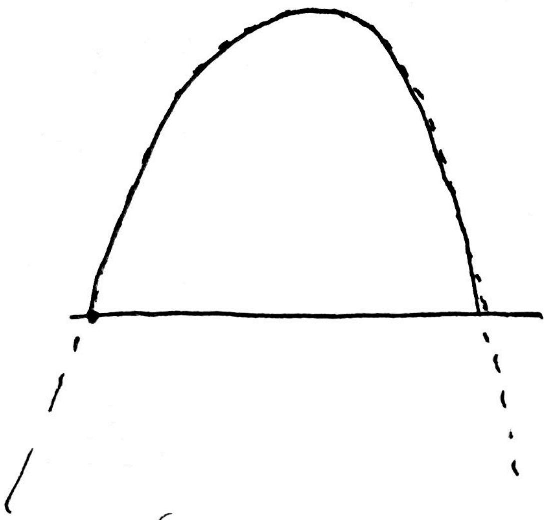
$a^3 = x$



$a = \sqrt[3]{x}$ alle x.

én løsning.

Løsningen gir en funksjon av x.



høyde: $S(t) = V_0 t - \frac{1}{2} g t^2$ $\quad D_S = \left[0, \frac{2V_0}{g}\right]$

$= t\left(V_0 - \frac{1}{2} g t\right)$

Treffer bakken når $V_0 = \frac{1}{2} g t$

$t = \frac{2V_0}{g}$

Beskrivelsen av høyden til ballen er bare gyldig for

$0 \leq t \leq \frac{2V_0}{g}$

(treffer bakken)

4

$g(x) = x^2$ $\quad D_g = \mathbb{R}$

$h(x) = x^2$ $\quad D_h = [1, 5\rangle$

$\Big\}$ forskjellige funksjoner

Absoluttverdi funksjonen

$$|x| = \begin{cases} x & x \geq 0 \\ -x & x < 0 \end{cases}$$

delt forskrift. Lagen en funksjon ved å bruke forskjellige uttrykk på ulike delen av def. mengden.

5

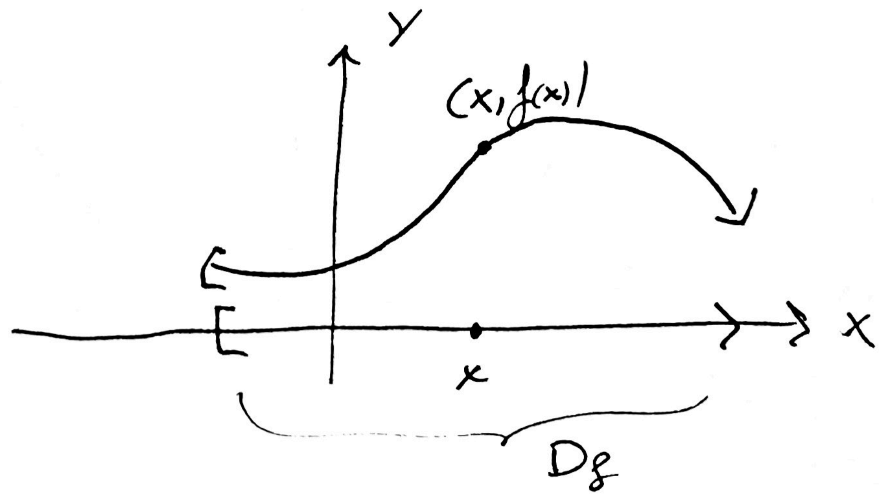
$$\sqrt{2^2} = \sqrt{4} = 2$$

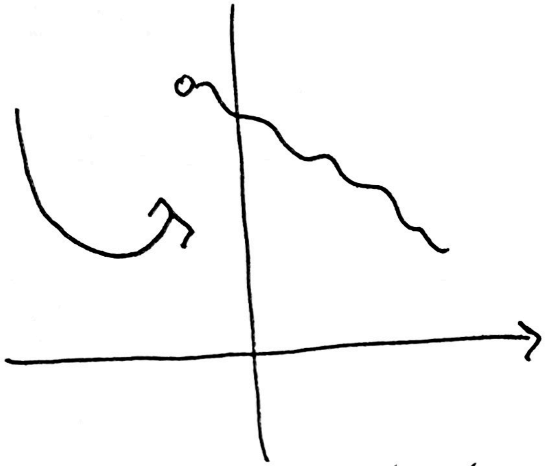
$$\sqrt{(-2)^2} = \sqrt{4} = 2$$

$$\sqrt{x^2} = |x|$$

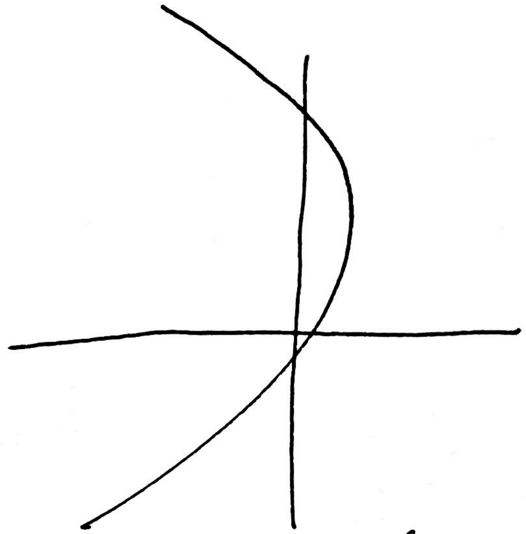
Graf til en funksjon $f(x)$

Mengden av punkt $(x, f(x))$ for $x \in D_f$

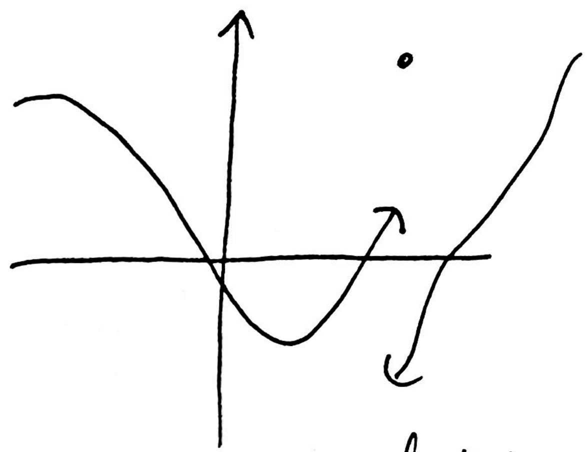




Graf til en funksjon

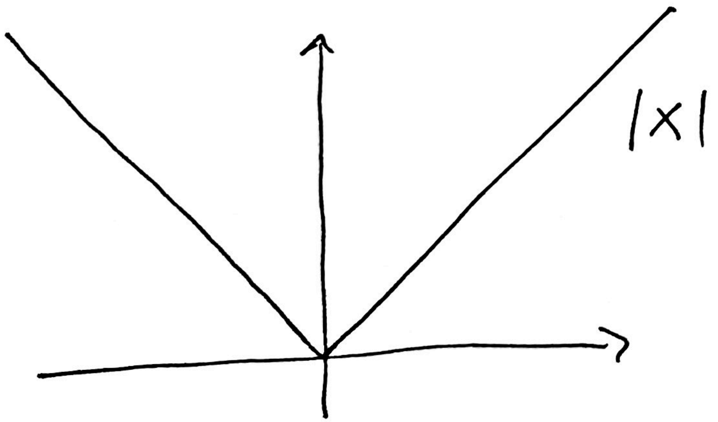


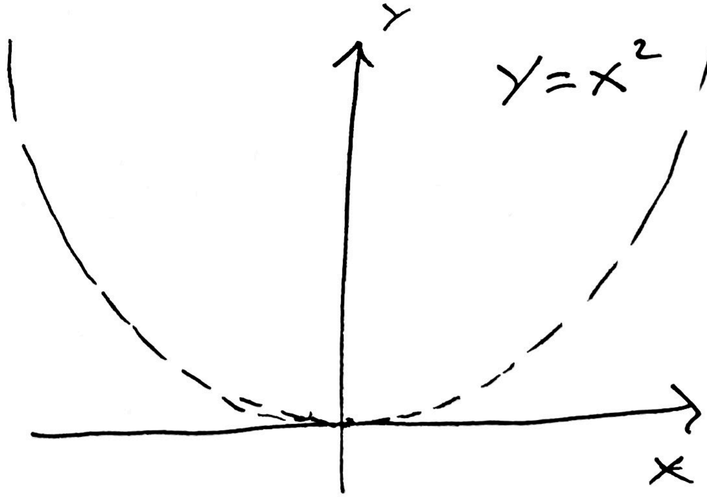
ikke graf
til en funksjon
Det er ikke én verdi $f(x)$

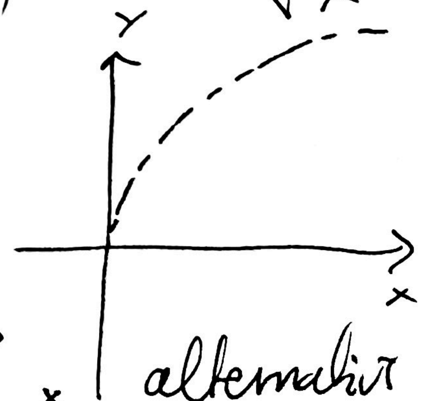


Graf til
en funksjon

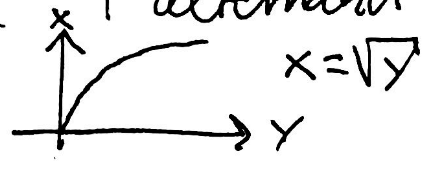
(6)

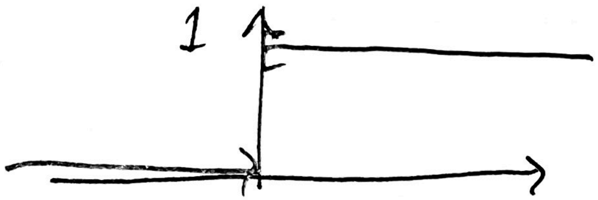






alternativ

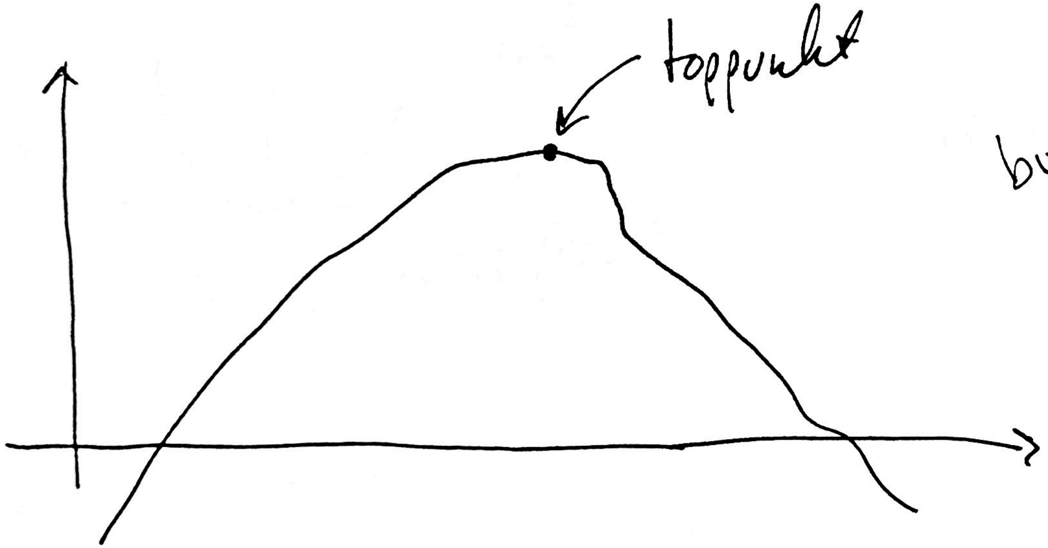


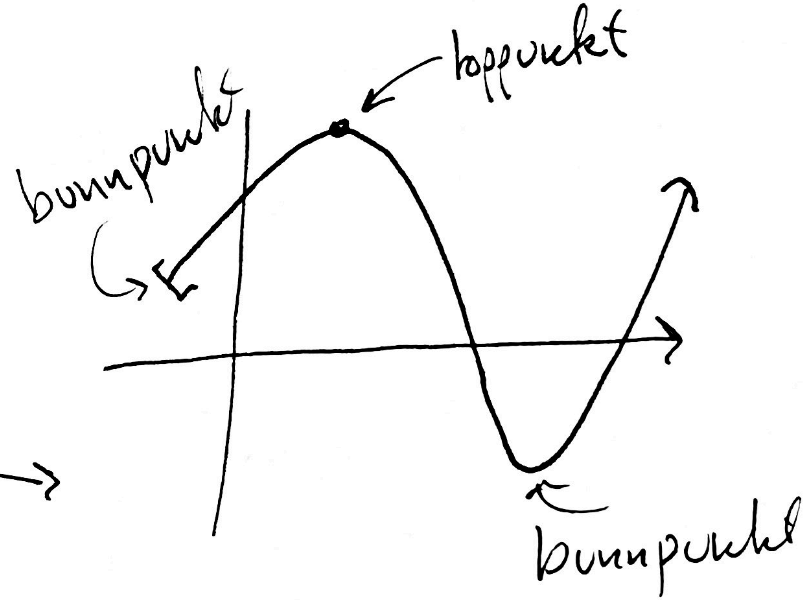


Steg funksjon

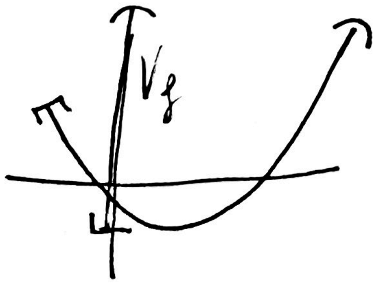
$$S(x) = \begin{cases} 1 & x \geq 0 \\ 0 & x < 0 \end{cases}$$

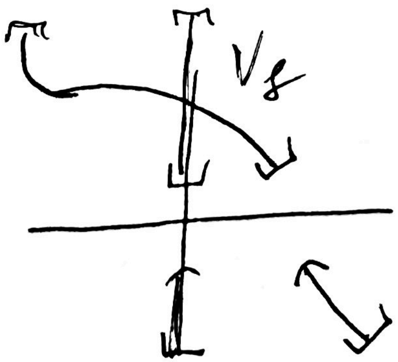
7





Verdimengden V_f til f = $\{ f(x) \mid x \in D_f \}$





4.7 Parabler

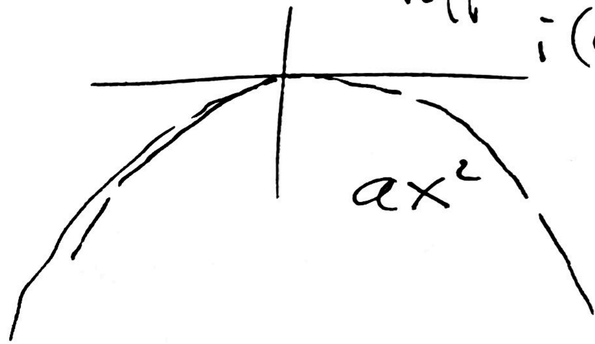
2.grads funksjon $\quad f(x) = ax^2 + bx + c \qquad a \neq 0$

8 Parabel er graf til en 2grads funksjon

$a > 0$

bunnpunkt i (0,0)

$a < 0$



toppunkt i (0,0)

$$
\begin{aligned}
& ax^2 + bx + c \\
&= a\left(x^2 + \frac{b}{a}x + \frac{c}{a}\right) \\
&= a\left(\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 - \left(\frac{b}{2a}\right)^2 + \frac{c}{a}\right) \\
&= a\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 - \frac{b^2}{4a} + \frac{ac}{a} \\
&= a\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 - \frac{b^2 - 4ac}{4a}
\end{aligned}
$$

Grafen til $ax^2 + bx + c$ er grafen til ax^2 forskyvd i x-retning med $\frac{-b}{2a}$ og i y-retning med $-\frac{b^2 - 4ac}{4a}$

9

$$f(x) = x^2 + 4x + 5$$

$$= (x+2)^2 - 2^2 + 5$$

$$= (x+2)^2 + 1$$

hva er minste verdi til $f(x)$? For hvilke x er $f(x)$ minst.

$f(x)$ er minst når $x+2=0$
$x=-2$.

Funksjonsverdien $f(-2) = 1$ er den minste verdien til $f(x)$

$(-2, 1)$ er et bunnpunkt.

oppg. $g(x) = -x^2 + 6x - 5$

Finn toppunktet til $g(x)$.

$$= -(x^2 - 6x + 5)$$

$$= -((x-3)^2 - 9 + 5)$$

$$= \underline{-(x-3)^2 + 4}$$

Toppunkt i $\underline{(3,4)}$

Finn bunnpunkt

$$4x^2 + 12x$$

$$= 4(x^2 + 3x)$$

$$= 4\left(\left(x + \frac{3}{2}\right)^2 - \left(\frac{3}{2}\right)^2\right) = 4\left(\left(x + \frac{3}{2}\right)^2 - \frac{9}{4}\right)$$

$$= \underline{4\left(x + \frac{3}{2}\right)^2 - 9}$$

Bunnpunkt $\underline{\left(-\frac{3}{2}, -9\right)}$

↑

minst mulig

når $x + \frac{3}{2} = 0$

$$x = \frac{-3}{2}$$

10

1. $p(x) = -x^2 + 2x + 1$

Finn: nullpunkt, toppunkt, V_f, grafen.

$$p(x) = -(x^2 - 2x - 1)$$
$$= -((x-1)^2 - 1 - 1)$$
$$= -(x-1)^2 + 2.$$

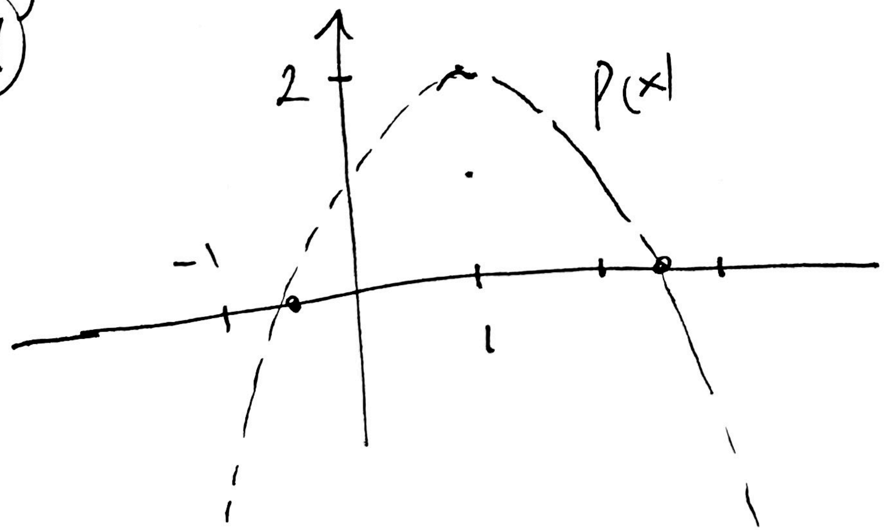
toppunkt $(1, 2)$

$p(x) = 0$ $\quad -(x-1)^2 + 2 = 0 \iff (x-1)^2 = 2$

$$x - 1 = \pm\sqrt{2}$$
$$x = 1 \pm \sqrt{2}$$

$x = -0.41$ og 2.41

Øving 11



$V_p = \langle -\infty, 2]$.

2. Finn $f(x) = ax^2+bx+c$ s.a $(0,-3)$, $(1,0)$ og $(2,5)$ ligger på grafen til $f(x)$.

12

$f(0) = \underline{c = -3}$

$f(1) = a+b+c = 0$

$f(2) = 4a + 2b + c = 5$

setter inn for c:

$a+b = -c = 3$

$4a+2b = 5-c = 8$

$b = 3-a$ setter inn i Likning 2:

$4a + 2(3-a) = 8$

$4a + 6 - 2a = 8$

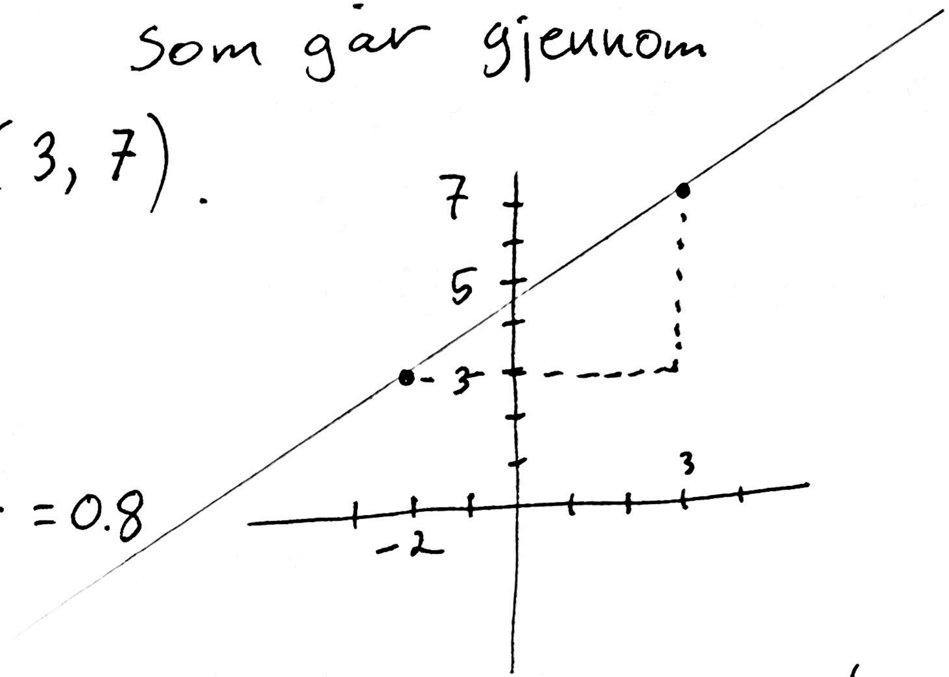
$2a = 8-6 = 2 \quad | \tfrac{1}{2}$

$a = 1.$

$b = 3-a = 3-1 = 2.$

Så $f(x) = \underline{x^2 + 2x - 3}$

Finn linjen $y = ax+b$ som går gjennom punktene $(-2,3)$ og $(3,7)$.



Stigningstallet $a = \frac{y_2-y_1}{x_2-x_1}$

$= \frac{7-3}{3-(-2)} = \underline{\frac{4}{5}} = 0.8$

B

$3 = \frac{4}{5}(-2) + b$ setter inn $(-2,3)$ i $y=ax+b$.

$\frac{5}{5} \cdot \frac{3}{1} + \frac{8}{5} = b$ så $b = \frac{15}{5} + \frac{8}{5} = \frac{23}{5} = \underline{4.6}$.

$y = \underline{\frac{4}{5}x + \frac{23}{5}} = \frac{1}{5}(4x+23) = \frac{4x+23}{5}$

$= \underline{0.8x + 4.6}$

14

Bestem $y = ax^2 + bx + c$ som går gjennom

$(-1, 0)$: $a(-1)^2 + b(-1) + c =$ $a - b + c = 0$

$(1, 6)$: $a + b + c = 6$

$(3, 4)$: $9a + 3b + c = 4$

L1+L2 $2a + 2c = 6 \,/\, \frac{1}{2}$

$a + c = 3$. så $c = 3 - a$.

Setter inn i L1 og L2:

$a + b + (3 - a) = 6$

$9a + 3b + (3 - a) = 4$

$b + 3 = 6$, $\underline{b} = 6 - 3 = \underline{3}$

$9a + 3b + c = 4$

$9a + 3 \cdot 3 + (3 - a) = 4$

$8a = 4 - 3 - 9 = -8$

$\underline{a = -1}$, $c = 3 - a$

$= 3 - (-1)$

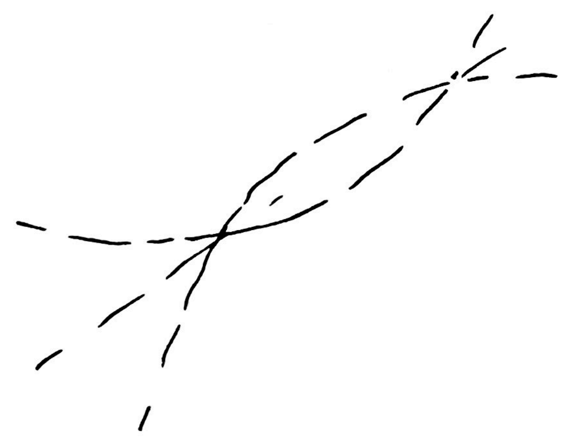
$\underline{c = 4}$

$\underline{y = -x^2 + 3x + 4}$

(15)

Finn alle ax^2+bx+c

slik at (0.0) og $(1,1)$ er på grafen.



setter inn $x=0$: $\underline{c=0}$

$x=1$ $a+b+c=1$

$\underline{a+b=1}$

$b=1-a.$

Løsningene er alle $\underline{y=ax^2+(1-a)\cdot x}$

for $a\in\mathbb{R}$