23.11
2021

ex 3. des 2018 Noen kommentarer.

1. b) $2x < x^2+1 \leq 5 \iff 2x < x^2+1$ og $x^2+1 \leq 5$

Løser en lignende oppgave.

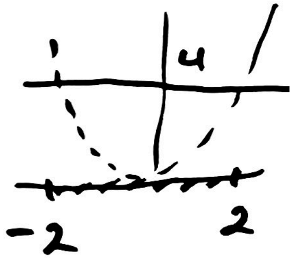
1) $2x < x^2+1 \iff x^2-2x+1 > 0$

$(x-1)^2 > 0$

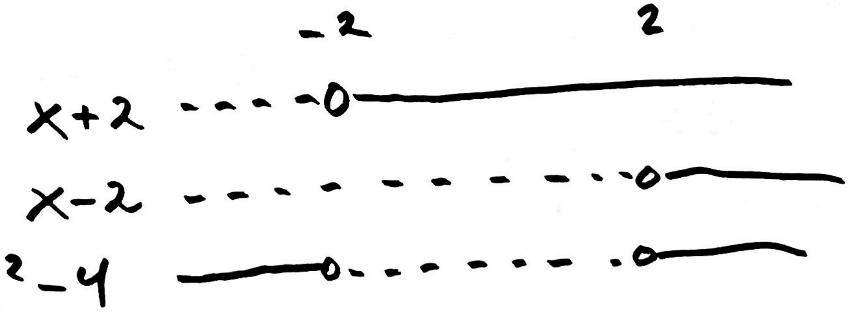
løsningene er alle x bortsett fra 1. $\underbrace{}_{}$ $\mathbb{R}\setminus\{1\}$

2) $x^2+1 \leq 5 \iff x^2-4 \leq 0 \iff x^2 \leq 4$

$(x+2)(x-2) \leq 0$



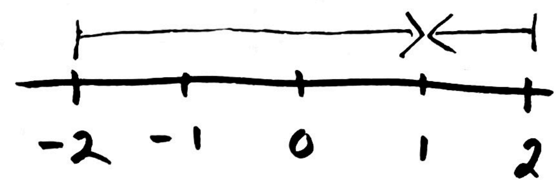
Fortegnsskjema



løsningene: $x \in [-2, 2]$

Løsningene til den doble ulikheten er

$\underline{[-2, 1\rangle \cup \langle 1, 2]}$



d) $\cos^2 v = 3\sin^2 v \qquad 0 \le v < 2\pi$

1) $\cos^2 v - 3\sin^2 v = 0 \iff (\cos v - \sqrt{3}\sin v)(\cos v + \sqrt{3}\sin v) = 0$

2) $\sqrt{\cos^2 v} = \sqrt{3\sin^2 v} = \sqrt{3}\sqrt{\sin^2 v}$

$|\cos v| = \sqrt{3}|\sin v|$

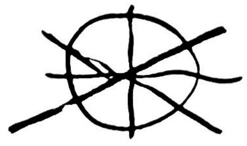
3) $1 = 3\dfrac{\sin^2 v}{\cos^2 v} = 3\left(\dfrac{\sin v}{\cos v}\right)^2 = 3\tan^2 v$

for $\cos v \neq 0$

(hvis $\cos v = 0$ så er $\sin v = \pm 1$, ingen løsning til likningen)

$\dfrac{1}{3} = \tan^2 v \iff \dfrac{1}{\sqrt{3}} = |\tan v|$

$\tan v = \pm\dfrac{1}{\sqrt{3}}$



$\underline{v \in \left\{\frac{\pi}{6}, \frac{5\pi}{6}, \frac{7\pi}{6}, \frac{11\pi}{6}\right\}}$

4) $\cos^2 v + \sin^2 v = 1$ for alle v (Pytagoras)

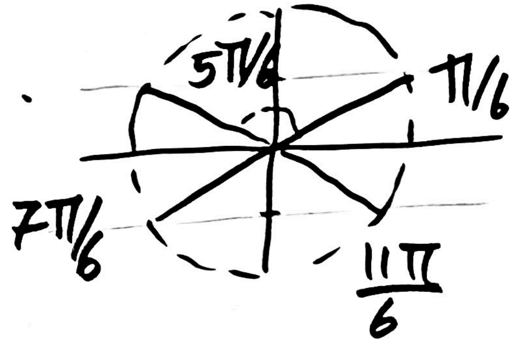
Likningen $\Leftrightarrow$ $\sin^2 v + \cos^2 v = 3\sin^2 v + \sin^2 v$

$$1 = 4\sin^2 v$$

$$\frac{1}{4} = \sin^2 v$$

$$|\sin v| = \frac{1}{2}$$

$\sin v = \frac{1}{2}$ eller $\sin v = \frac{-1}{2}$.



Løsningene er

$$v = \frac{\pi}{6}, \frac{5\pi}{6}, \frac{7\pi}{6}, \frac{11\pi}{6}$$

(alternativt $3 = 4\cos^2 v$

$\cos v = \pm\frac{\sqrt{3}}{2}$ ...)

1. f) $\sqrt{10+x} = x-2 \Rightarrow 10+x = (x-2)^2$

$= x^2 - 4x + 4$

$x^2 - 5x - 6 = 0$

$(x-6)(x+1) = 0$

$\left(\begin{array}{l} (x+a)(x+b) \\ = x^2 + (a+b)x + a \cdot b \\ a = -6 \quad b = 1 \\ x^2 - 5x - 6 \end{array} \right)$

$x = 6$ og $x = -1$

sjekker for falske løsninger

$x = 6$ VS: $\sqrt{10+6} = \sqrt{16} = 4$ HS: $6 - 2 = 4$ ✓

$x = -1$ VS: $\sqrt{10-1} = 3$ HS: $-1 - 2$ $= -3$ Falsk

$\sqrt{10+x} = x-2$ har løsning $\underline{x = 6}$

2 a) $\frac{3x}{x^2-4} \leq 1 \quad \Big| \cdot (x^2-4)$

$3x \leq x^2-4$ for $x^2-4 > 0$

$3x \geq x^2-4$ for $x^2-4 < 0$

Unngå dette!

$\frac{3x}{x^2-4} - 1 \leq 0$

spørsmål om fortegn.

Felles nevner $\frac{3x}{x^2-4} - \frac{(x^2-4)}{x^2-4} = \frac{-x^2+3x+4}{x^2-4} \leq 0$

Faktorisere uttrykket.

Fortegnskjema ...

4) divergere = ikkje konvergere

($1+1+1+1+\cdots$ divergerer

$a_n = 1$ alle n.)

$a_n = \frac{1}{\sqrt{n}}$, $a_n \to 0$ når $n \to \infty$

$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{n}}$ divergerer

$a_n = \frac{1}{n} \to 0$ når $n \to \infty$

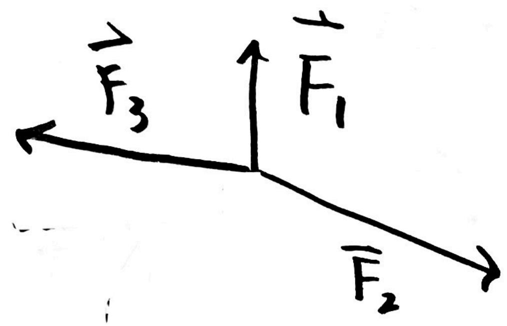
$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n}$ divergerer

$\frac{1}{2} \leq \frac{1}{2^k+1} + \frac{1}{2^k+2} + \cdots + \frac{1}{2^k+2^k}$ 2^k ledd, ledden $\geq \frac{1}{2^{k+1}}$

$S_k = \sum_{n=1}^{k} \frac{1}{\sqrt{n}} \geq \underset{\substack{\uparrow \\ \text{antall ledd}}}{k} \cdot \underset{\substack{\uparrow \\ \text{minste ledd}}}{\frac{1}{\sqrt{k}}} = \sqrt{k}$

$S_k \geq \sqrt{k}$

S_k nærmer seg ikkje en grense når $k \to \infty$. Rekken divergerer.



$$\vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3 = \vec{0}$$

$$\vec{F}_3 = -(\vec{F}_1 + \vec{F}_2)$$

...

7 $\quad 3x + 5y - 4z = -3$

Beskriv snittet med xz-planet på forma

$z = ax + b$

snittlinjen

$y = 0$: $\quad 3x - 4z = -3$

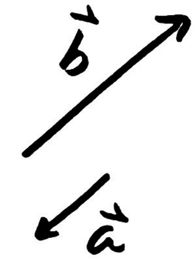
$3x + 3 = 4z$

så linjen i xz-planet er gitt ved $\underline{z = \frac{3}{4}x + \frac{3}{4}}$

8 – ortogonale $\quad \vec{a} \cdot \vec{b} = 0$

– parallelle $\quad \vec{a} \neq \vec{0}$

$t\vec{a} = \vec{b}$



$(\vec{b} = -2\vec{a}.)$

$t[1,2] = [a, a+2]$

x-koord $\quad t = a$

y-koord $\quad 2t = a+2.$

løser for a.

Prøve i	Fork1100 Matematikk
Dato:	3. desember 2018
Målform:	Bokmål
Antall oppgaver:	10 (20 deloppgaver)
Antall sider:	2
Hjelpemiddel:	Formelsamling og Kalkulator

Alle svar skal grunngis. Alle deloppgaver teller like mye.

Oppgave 1 Svarene skal gis eksakt hvor det er mulig.

a) Skriv det rasjonale uttrykket så enkelt som mulig

$$\frac{(2+3x)^2-(2-3x)^2}{12x}$$

b) Løs ulikhetene

$$2x < -x - 3 \leq 8$$

c) Lolo og Misha har tilsammen 324 kroner. Lolo gir Misha 44 kroner. Etter dette har Misha dobbelt så mye penger som Lolo. Hvor mye penger hadde Lolo og Misha opprinnelig?

d) Finn alle løsningene til likningen

$$\cos^2 v = \sin^2 v$$

slik at $0 \leq v < 2\pi$ (radian).

e) Finn eksponenten x slik at

$$9^x = 1/27$$

f) Løs likningen

$$\sqrt{5+x} = 1 - x$$

$27 = 3 \cdot 9$

$= \sqrt{9} \cdot 9$

$27 = 9^{1/2} \cdot 9^1$

$27 = 9^{3/2}$

$\frac{1}{27} = 27^{-1} = 9^{-3/2}$

Så $x = -3/2$

Oppgave 2

a) Løs ulikheten

$$\frac{3x}{x^2-4} \leq 1.$$

b) Regn ut kvotienten

$$\frac{x^2-1}{8}$$

for oddetallene $1, 3, 5, 7, 9, 11$. Forklar hvorfor $(x^2-1)/8$ er et heltall for alle oddetall x.

$x = (2n-1)$

$6(x-r_1)(x-r_2)$

Oppgave 3

a) Faktoriser polynomet $6x^2 - x - 1$.

$x-(-b)$

b) Bestem alle b slik at $x + b$ deler $P(x) = x^3 + 3x^2 + 2x$.

$x-a \mid P(x) \Leftrightarrow P(a) = 0$

Oppgave 4

a) Finn summen av de negative heltallene fra og med -55 til og med -7.

b) Bestem kvotienten og summen (hvis den finnes) til den geometriske rekken

$$9 - 3 + 1 - + \cdots$$

c) Hva er det største antall ledd vi kan ta med i den aritmetiske rekken

$$3 + 6 + 9 + 12 + \cdots$$

uten at summen overstiger 8000?

d) Gi et eksempel på en uendelig rekke

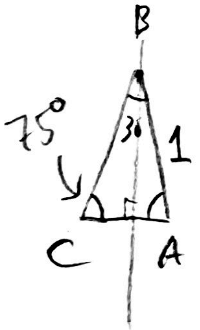
$$a_1 + a_2 + a_3 + \cdots$$

som divergerer (det er det samme som at den ikke konvergerer) med egenskapen at a_n går mot null når n går mot uendelig.

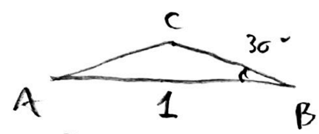
Oppgave 5 På et punktlegeme virker to krefter

$$\vec{F_1} = [2.3, 4.5, 6.8] \quad \text{og} \quad \vec{F_2} = [1.1, -4.5, -8.6]$$

Vi virker på legemet med en tredje kraft $\vec{F}_3$ slik at summen av kreftene blir $\vec{0}$. Finn koordinatene til kraften $\vec{F_3}$.



Oppgave 6 Bestem lengden til siden a i alle likebeina trekanter ABC hvor siden c har lengde 1 og vinkel B er 30 grader.



Oppgave 7 Vi har gitt planet

$$3x + 5y - 4z = -3$$

Planet snitter xy-planet (hvor $z = 0$) i en linje. Beskriv denne linjen i xy-planet ved en likning på formen $y = ax + b$

Oppgave 8 Bestem all mulige verdier til parameteren a slik at vektorene $[1,2]$ og $[a, a+2]$ enten blir parallelle eller blir ortogonale.

Oppgave 9 Gitt tre punkter $A(2,-1,3)$, $B(1,2,-1)$ og $C(2,4,5)$ i rommet. Finn en likning for planet som inneholder de tre punktene.

Oppgave 10 Løs følgende likning og gi svaret eksakt

$$\log\left(\frac{1}{x-3}\right) = -2$$