9.02
2022

Oppgaver derivasjon.

1. $f(x) = e^{3x+1} = e^{u(x)}$, $u(x) = 3x+1$

$f'(x) = e^{3x+1}(3x+1)' = \underline{3e^{3x+1}}$

2. $g(x) = e^{(3-x)^2}$

$g'(x) = e^{(3-x)^2}((3-x)^2)' = e^{(3-x)^2} \cdot 2(3-x)\overbrace{(3-x)'}^{-1}$

$= \underline{2(x-3)\, e^{(3-x)^2}}$

3. $h(x) = 10^{-x} = (e^{\ln 10})^{-x}$

$= e^{-\ln(10)x}$ så $h'(x) = e^{-\ln(10)\cdot x}(-\ln(10)x)'$

$= \underline{-\ln(10) \cdot 10^{-x}}$

4. $i(x) = \ln\left(\frac{3x(x+2)^3}{5(x^2+4)^4}\right)$

skrive om: $i(x) = \ln 3 + \ln x + \ln(x+2)^3 + \ln\frac{1}{5} + \ln\frac{1}{(x^2+4)^4}$

$i(x) = \ln 3 + \ln x + 3\ln(x+2) - \ln 5 - 4\ln(x^2+4)$

$i'(x) = 0 + \frac{1}{x} + 3\frac{(x+2)'}{x+2} + 0 - 4\frac{(x^2+4)'}{x^2+4}$

$i'(x) = \underline{\frac{1}{x} + \frac{3}{x+2} - \frac{8x}{x^2+4}}$

5. $j(x) = e^{e^x} = e^{(e^x)}$

$j'(x) = e^{e^x} \cdot (e^x)'$

$= \underline{e^{e^x} \cdot e^x}$

Logaritmisk skala

$\text{Log } x$

dobler variabelen $\text{Log}(2 \cdot x) = \log x + \log 2$

$= \log x + \cancel{0.03}\ 0.301\ldots$

dobler n ganger

$$\text{Log}(2^n x) = \text{Log } x + \log 2^n$$
$$= \log x + n \cdot \log 2$$
$$= \log x + n \cdot (0.301)$$

Logaritmisk skala brukes til å angi forhold $\frac{x_1}{x_2}$

$$\text{Log}\left(\frac{x_1}{x_2}\right).$$

<u>desibel</u> $10 \cdot \text{Log}\left(\frac{x_1}{x_0}\right)$

x_0 "referanseverdi"

(desi : tidel
G.Bell)

Lyd

P lydtrykk $\frac{\text{kraft}}{\text{areal}}$

Enhet : $\frac{\text{Newton}}{\text{meter}^2} = N m^{-2}$

kalles Pascal , Pa

Lydstyrke proporsjonal til lydtrykk.

Referanse lydtrykk

$P_0 = 20 \mu Pa = 20 \cdot 10^{-6}$ Pa

svakeste lydtrykk mennesker kan høre (ved $1 kHz = 1000 Hz$)

Effekt proporsjonal til P^2

$$10 \operatorname{Log} \frac{E}{E_0} = 10 \cdot \operatorname{Log} \frac{P^2}{P_0^2}$$

$$= 10 \cdot \operatorname{Log} \left(\frac{P}{P_0}\right)^2 = \underline{20 \operatorname{Log} \frac{P}{P_0}}$$

Lydstyrke $\underline{20 \operatorname{Log} \frac{P}{P_0}}$

P_0 : Lydstyrke 0

Dobler lydtrykket svar til å legge til $20 \cdot \operatorname{Log} 2 \sim \underline{6.02 \, dB}$

Hvis lyd- styrken øker med 20dB,

Hvor mye har da lydtrykket økt?

$$20 \operatorname{Log}\left(x \frac{P}{P_0}\right) = 20 \operatorname{Log}\left(\frac{P}{P_0}\right) + 20$$

$$20\left(\operatorname{Log}(x) + \operatorname{Log}\left(\frac{P}{P_0}\right)\right) = \dots$$

så $20 \operatorname{Log} x = 20$

$$\operatorname{Log}_{10} x = 1_{10}$$

$$x = 10$$

økning i lystyrke med 20dB svarer til en 10-dobling av lydtrykket.

Euler tallet

$$e = 2.71828\ldots$$

$$(a^x)' = \lim_{h\to 0} \frac{a^{x+h} - a^x}{h}$$

$$= a^x \underbrace{\left(\lim_{h\to 0} \frac{a^h - 1}{h}\right)}_{\text{uavhengig av } x,\ \text{tall?}}$$

e er tallet med egenskapen

$$\lim_{h\to 0} \frac{e^h - 1}{h} = 1$$

$h\to 0$
$h = \frac{1}{n}$
$\frac{1}{n} \to 0$
når $n\to\infty$

$$= \lim_{n\to\infty} \frac{e^{1/n} - 1}{1/n} = \lim_{n\to\infty} n(e^{1/n} - 1)$$

$$= \lim_{n\to\infty} n\left(\sqrt[n]{e} - 1\right) = 1$$

så $\sqrt[n]{e} \simeq 1 + \frac{1}{n}$ n stor

Forventa $e \sim \left(1 + \frac{1}{n}\right)^n$ n stor

Regnet ut $\left(1+\frac{1}{n}\right)^n$ i geogebra for ulike n.

$$e = \lim_{n\to\infty} \left(1+\frac{1}{n}\right)^n$$

Resultater:

$$e = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{n!}$$

$0! = 1$
$1! = 1$
$2! = 2$
$3! = 1\cdot2\cdot3 = 6$
$4! = 1\cdot2\cdot3\cdot4 = 24$
$5! = 5\cdot4! = 120$
$6! = 720$

vokser raskt.

$$e^x = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{x^n}{n!}$$

potens-rekke beskrivelse av e^x

Tegnet opp polynom tilnærmingen av e^x rundt $x=0$ i geogebra.

$1, \quad 1+x, \quad 1+x+\frac{x^2}{2}, \quad 1+x+\frac{x^2}{2}+\frac{x^3}{6}$ etc.

$\sum_{n=0}^{M} \frac{x^n}{n!}$ grad M polynom.