6 april 2022

19.3 Sum av sannsynligheter.

S utfallsrom — $e \in S$ elementene er resultat av stokastiske forsøk.

U

H hendelser

P : Hendelser $\to [0,1]$

$P(S) = 1$

$P(\emptyset) = 0$

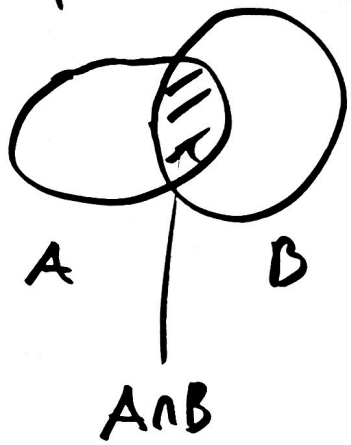
$P(A \cup B) = P(A) + P(B)$

$A \cup B$ disjunkte $A \cap B = \emptyset$

$$P(A) = \lim_{n \to \infty} \frac{\#\text{forsøk gunstige for } A}{\#\text{forsøk } n}$$

$$\Rightarrow \quad P(\bar{A}) = 1 - P(A)$$

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$



Produserer varer. Kan ha to typer defekter

Hendelser
D_1 defekt 1
D_2 defekt 2
$D_{12} = D_1 \cap D_2$ begge defektene.
$D = D_1 \cup D_2$ defekt.

$P(D_1) = 1\%$ $\quad P(D_2) = 0.5\%$

$P(D) = 1.3\%$ Hvor $P(D_1 \cap D_2)$?

$P(D_1 \cup D_2) = P(D_1) + P(D_2) - P(D_1 \cap D_2)$

1.3% $\quad 1\% + 0.5\%$

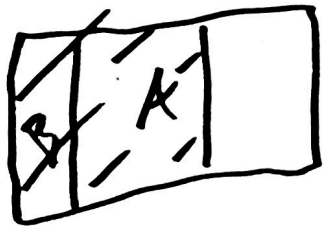
så $\quad P(D_{12}) = 1.5\% - 1.3\% = \underline{0.2\%}$

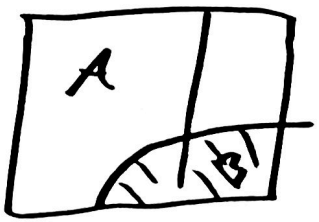
—

Anta $\quad P(A) = 0.7 \qquad P(B) = 0.2$

Hva er mulige verdier for $P(A \cap B)$ og $P(A \cup B)$?

A, B hendelser





$0 \leq P(A \cap B) \leq 0.2$

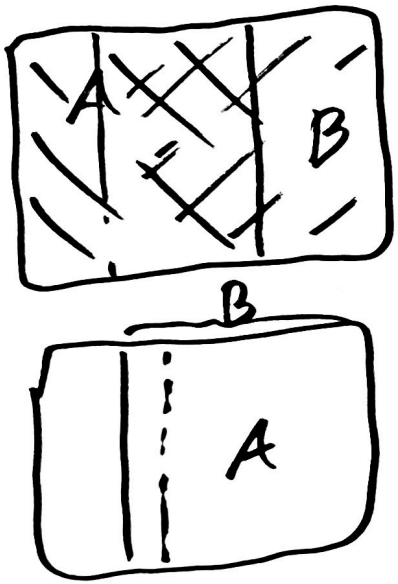
$0.7 \leq P(A \cup B) \leq 0.9$

$P(A \cap B) + P(A \cup B)$

$= P(A) + P(B) = 0.9.$

opg. $P(A) = 0.7$ $P(B) = 0.8$.

Hva er mulige verdier for $P(A \cup B)$ og $P(A \cap B)$.



$$P(A \cap B) + P(A \cup B) = P(A) + P(B) = 1.5$$

$$0.5 \leq P(A \cap B) \leq 0.7$$

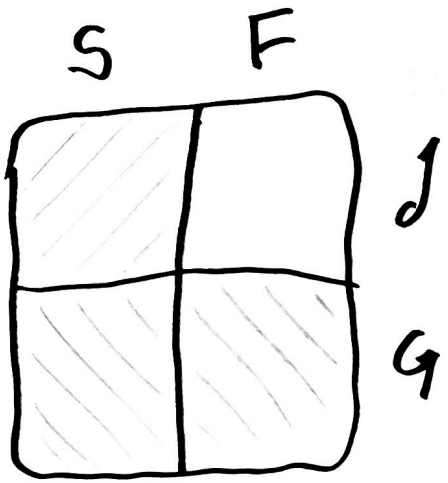
$$0.8 \leq P(A \cup B) \leq 1$$

opg. $P(A \cup B) = 0.7$ $P(A \cap B) = 0.2$

Mulige verdier for $P(A)$ og $P(B)$?

$$P(A) + P(B) = P(A \cup B) + P(A \cap B) = 0.9$$

$$0.2 \leq P(A), P(B) \leq 0.7$$



$J \cup G = U$ utfallsrommet (befolkningen)

$J \cap G = \emptyset$ $\quad \bar{J} = G$

$S \cup F = U$

$S \cap F = \emptyset$

$P(S) = 10\%$

$P(G) = 55\%$

$P(S \cap J) = 4\%$

Hva er:

$P(J) = P(\bar{G}) = 1 - P(G) = \underline{45\%}$

$P(G \cap S) = P(S) - P(S \cap J)$

$= 10\% - 4\% = 6\%$

$G \cap S$ og $J \cap S$ er disjunkte

$(G \cap S) \cup (J \cap S) = S$

$P(G \cap F) = P(G) - P(G \cap S) = 55\% - 6\% = 49\%$

Klasse med 18 elever.
7 jenter og 11 gutter.
Trekker ut 2 tilfeldige personer.

Hva er sannsynligheten for å trekke

2 jenter :
2 gutter :
1 jente, 1 gutt :

Hvilke hendelse er mest sannsynlig?

K klassen
$= J \cup G$
$J \cap G = \emptyset$
$K \times K$
$J \times J$
$G \times G$
$J \times G \cup G \times J$

$P(J \times J) = \frac{7}{18} \cdot \frac{6}{17} = \frac{7}{51} = \frac{21}{153}$

$P(G \times G) = \frac{11}{18} \cdot \frac{10}{17} = \frac{55}{153}$

$P(J \times G \cup G \times J) = P(J \times G) + P(G \times J) = \frac{7}{18} \cdot \frac{11}{17} + \frac{11}{18} \cdot \frac{7}{17}$
$= 2 \cdot \frac{7 \cdot 11}{17 \cdot 18} = \frac{77}{153}$

$(P(J \times J) + P(G \times G) + P(J \times G \cup G \times J) = \frac{21 + 55 + 77}{153} = \frac{153}{153} = 1)$

Vi trekker ut 3 elever.

Finn sannsynligheten for

3 jenter $\frac{7}{18} \cdot \frac{6}{17} \cdot \frac{5}{16} = \frac{5 \cdot 7}{3 \cdot 16 \cdot 17} = \frac{35}{816} \sim 0.04289$

2 jenter 1 gutt $3 \cdot \frac{7}{18} \cdot \frac{6}{17} \cdot \frac{11}{16} = \frac{77}{16 \cdot 17} \sim 0.28309$

↑ gutt først, andre, tredje

1 jente 2 gutter $3 \cdot \frac{7}{18} \cdot \frac{11}{17} \cdot \frac{10}{16} = \frac{385}{816} \sim 0.47181$

3 gutter $\frac{11 \cdot 10 \cdot 9}{18 \cdot 17 \cdot 16} = \frac{55}{272} \sim 0.20220$

Kortstokk

$4 \cdot 13 = 52$ kort

4 valører

9 tallkort $2, \ldots, 10$

4 honnørkort

$P(\text{hjerte ruter}) = 2 \cdot \frac{13}{52} \cdot \frac{13}{51} = \frac{13}{102}$

$P(\text{to hjerter}) = \frac{13}{52} \cdot \frac{12}{51} = \frac{1}{4} \cdot \frac{12}{51} = \frac{3}{51} = \frac{1}{17}$

$P(\text{to ruter}) = \ldots = \frac{1}{17}$

$P(\text{minst ett av 2 kort er sorte}) = 1 - P(\text{minst ett av de 2 kortene er sorte})$ ← komplement

$= 1 - P(\text{begge kortene er røde})$

$= 1 - P(\heartsuit\heartsuit) - P(\diamondsuit\diamondsuit) - P(\heartsuit\diamondsuit) = 1 - \frac{2}{17} - \frac{13}{102} = \frac{77}{102}$

$\approx 75\%$

Exopg mai 2019

3 kort trekkes fra en kortstokk.

P(alle 3 kortene har samme valør)

$= 4 \cdot \frac{13}{52} \cdot \frac{12}{51} \cdot \frac{11}{50}$

$= \frac{12 \cdot 11}{50 \cdot 51} = \frac{4 \cdot 3 \cdot 11}{2 \cdot 25 \cdot 3 \cdot 17}$

$= \frac{2 \cdot 11}{17 \cdot 25} \sim 0{,}052$

ca 5%.