Prøve i	Fork1100 Matematikk
Dato:	10. desember 2021
Målform:	Bokmål
Antall oppgaver:	6 (20 deloppgaver)
Antall sider:	3
Hjelpemiddel:	Formelsamling, lærebok, notater og kalkulator

Svarene skal grunngis. Svarene skal gis eksakt hvor det er mulig. Alle deloppgaver teller like mye. Lever besvarelsene som én pdf fil til: halvard.fausk@oslomet.no

Oppgave 1.

a) Forkort og skriv enklest mulig

$$(1 - y + y^2 - y^3 + y^4 - y^5)(y + 1) - 1$$

b) Finn verdien b slik at $x = 4$ er en rot til polynomet

$$x^2 + bx + 3$$

c) Skriv følgende uttrykk på formen a^r for et rasjonalt tall r

$$\frac{a\sqrt[3]{a}\sqrt[5]{a^2}}{\sqrt{a^3}}$$

d) Forkort det rasjonale uttrykket mest mulig

$$\frac{-6(x^2 - 6x + 9)(5 - x^2)}{15(x + \sqrt{5})(x^2 - 5x + 6)^2}$$

e) Løs likningen

$$\sqrt{2x + 6} = x + 2$$

f) Finn alle løsningene til likningssystemet

$$\begin{aligned} x^2 + 3y &= 7 \\ x + y &= 1 \end{aligned}$$

g) Finn alle løsningene til likningen

$$\sin(2x) = \cos(x)$$

hvor $0 \leq x \leq 2\pi$.

h) Hva er kvotienten og resten til det rasjonale uttrykket

$$q(x) = \frac{x^3 - 2x^2 + x - 2}{x^2 - 2}$$

Grafen til $q(x)$ nærmer seg en linje når x blir stor. Beskriv linjen på formen $y = ax + b$.

Oppgave 2.

a) Faktoriser polynomet $p(x) = 7x^2 + 21x + 14$ og løs ulikheten

$$p(x) \leq 0$$

b) Løs ulikheten

$$\frac{x+1}{x^2-4} \geq 1$$

Oppgave 3.

a) Bestem lengden til siden BC i alle trekanter ABC hvor vinkel $\angle A$ er lik $30°$ og lengden til side AB er lik 4 og lengden til side AC er lik 3. Finn også vinklene $\angle B$ og $\angle C$.

b) Finn alle mulige vinkler $\angle A$ i en trekant ABC med areal lik $\sqrt{12}$ hvor lengden til siden AB er lik 2 og lengden til siden AC er 4.

c) Finn arealet til trekanten DEF med hjørner

$$D(2{,}4{,}1), \quad E(-3, 3{,}1) \quad \text{og} \quad F(-1, -3, 2)$$

$\longrightarrow$

Oppgave 4.

a) Vi har gitt vektorene $\overrightarrow{AB} = [1, -1, 2]$, $\overrightarrow{\mathcal{O}B} = [3, -2, 0]$ og $3\overrightarrow{BC} = [0, -1, 3]$. Finn koordinatene til punktene A, B og C. Origo er punktet $\mathcal{O}$.

b) Finn vinkelen mellom vektorene [10,15,5] og $[-4,4,2]$.

c) Parametriser linjen som er snittet av de to plana gitt ved

$$x - 3y + z = 2 \qquad \text{og} \qquad 2x + 3y - 4z = 1$$

d) Finn korteste avstand fra x-aksen til linjen som går gjennom punktet $(1,0,3)$ og har retningsvektor $[2, 1, -4]$.

Oppgave 5.

a) Finn summen av alle heltall mellom 1000 og 4000 som er delelige med både 6 og 15

b) Finn summen til følgende rekke som har en milliard ledd

$$\textstyle\sum_{n=1}^{10^9}(-1)^{n+1}n^2 = 1^2 - 2^2 + 3^2 - 4^2 + - \cdots - (10^9)^2$$

Oppgave 6.

Vi setter 10 000 kr inn på en konto med fast årlig avkastning på 5%. Første gang vi setter inn penger er 1. januar 2022. Vi fortsetter å sette inn penger årlig helt til pengemengden ved utgangen av et år, den 31. desember, har oversteget 200 000 kr. Da tar vi ut pengene før midnatt. Hvilke år tar vi ut pengene?