Innlevering	Fork1100 - Matematikk forkurs OsloMet
	Obligatorisk innlevering 5
Innleveringsfrist	Torsdag 03. februar 2022
Antall oppgaver:	11

Alle svar skal begrunnes. Funksjonene har den naturlige definisjonsmengden, hvis ikke annet er oppgitt. Tegn gjerne grafer i geogebra eller lignende program (trenger ikke levere inn utskrifter). For eksempel kan funksjonen $q(x)$ i oppgave 4 skrives opp i geogebra som

$$\text{if}(x < -1, 1, \text{if}(x < 1, x^2, -x^2 + 4x - 2))$$

1

Deriver de følgende funksjonene. Det er tilstrekkelig å benytte at derivasjon er lineær og at $(x^n)' = nx^{n-1}$.

$$a(x) = x^5$$

$$b(x) = 4x^9$$

$$c(x) = -x^5 + 2x^4 + 5x^2 - 13$$

$$d(x) = \frac{4x^6}{3} + \frac{-4x^7}{x^3} + \frac{2-3x}{5} + \frac{3}{4} \qquad x \neq 0$$

$$e(x) = (2 + x^3)(x^5 - 3)$$

2

Deriver de følgende funksjonene. Det er tilstrekkelig å benytte lineær substitusjon

$$(f(ax+b))' = af'(ax+b)$$

samt lineæritet og at $(x^n)' = nx^{n-1}$ for rasjonale tall n. For eksempel er

$$(1/x)' = (x^{-1})' = -1/x^2 \qquad \text{og} \qquad (\sqrt{x})' = (x^{1/2})' = 1/(2\sqrt{x})$$

$$f(x) = 7(3x-7)^4 - (2-x)^{11}$$

$$g(x) = \frac{1}{5+x} + \sqrt{5+x} + \sqrt{2+8x}$$

$$h(x) = \frac{x^4 - x^2 + 3x}{x} + \sqrt{1-x} + 3\sqrt[3]{2+4x}$$

$$i(x) = \frac{x^4 - 3x^2 - 4}{x-2}$$

3

Finn tangent- og normallinjene til funksjonenene

$$j(x) = x^4 \qquad \text{i} \qquad (1,1)$$

$$k(x) = \sqrt{3+11x} \qquad \text{i} \qquad (2,5)$$

4

For hver av funksjonene

1. Beskriv den naturlige definisjonsmengden D_f til funksjonen
2. finn diskontinuiteter
3. finn verdiene i D_f hvor funksjonen ikke er deriverbar, og finn den deriverte til funksjonen (hvor den eksisterer).

$$l(x) = \sqrt{9-x}$$

$$m(x) = \frac{x^2}{x-2}$$

$$n(x) = |x| - |x-2|$$

$$o(x) = |x^2 - 9|$$

$$p(x) = \begin{cases} 3x+1 & x \leq 1 \\ 3x-1 & 1 < x \end{cases}$$

$$q(x) = \begin{cases} 1 & x \leq -1 \\ x^2 & -1 < x < 1 \\ -x^2+4x-2 & x \geq 1 \end{cases}$$

$$r(x) = \begin{cases} x^3 & x \leq -1 \\ 3x & -1 < x < 1 \\ 3 & x \geq 1 \end{cases}$$

5

Bestem a og b slik at funksjonen

$$s(x) = \begin{cases} ax^3 + bx & x < -1 \\ x^2 + b & x \geq -1 \end{cases}$$

blir deriverbar for alle x.

6

Finn alle x hvor grafen til funksjonen $3x^4 - 4x^3 - 12x^2 + 14$ har tangentlinje som er parallell til linjen $y = -24x - 13$.

7

Finn asymptotene til funksjonene nedenfor. Finn topp- og bunnpunkt samt hvor funksjonene vokser og hvor de avtar. Lag gjerne en enkel skisse av grafen til funksjonene.

$$t(x) = 3x + \frac{1}{x}$$

$$u(x) = \frac{4x+3}{x+1}$$

$$v(x) = \frac{x+2}{x^2-2}$$

$$w(x) = \frac{4}{3}$$

8

For følgende funksjoner definert på alle reelle tall finn nullpunkt, ekstremalpunkt og vendepunkt. Avgjør hvor funksjonene vokser og avtar, og hvor de er konkave opp og konkave ned. Lag en skisse av grafene basert på det du har funnet.

$$x(t) = t^3 - 3t^2 + 2$$

$$y(x) = \begin{cases} -1/x & x \leq -1 \\ 3x & -1 < x < 0 \\ x^2 - 2 & 0 \leq x \end{cases}$$

$$z(x) = \begin{cases} -(x+2)^2 & x \leq -1 \\ x^2 - 2 & -1 < x < 0 \\ x^3 - 2 & 0 \leq x \leq 1 \\ (2x^2-3)/(x-2) & x > 1 \end{cases}$$

9

Finn inversfunksjonen til

$$\text{æ}(x) = 2x - 12$$

$$\text{ø}(x) = \sqrt{6 - x^3}$$

$$\text{å}(x) = \frac{3x+2}{x+1} \qquad x \neq -1$$

10

Bestem de to positive reelle tallene a og b slik at $a + b = 10$ og summen

$$\frac{2}{a} + \frac{3}{b}$$

blir minst mulig.

11

Deriver følgende funksjoner. Vi minner om kjerneregelen og produktregelen

$$(f(k(x)))' = f'(k(x))k'(x) \qquad \text{og} \qquad (f \cdot g)'(x) = f'(x)g(x) + f(x)g'(x)$$

$$A(x) = (x^2 - 3x + 1)^9$$

$$B(x) = \frac{3}{(x^4 - 2x + 1)^4 + 9}$$

$$C(x) = x^3(x^2 + 4)^5$$

$$D(x) = \sqrt[4]{4x^7} + \frac{\sqrt{x - 3}}{(x^2 + 3)^{13}}$$

$$E(x) = ((x^3 + 2x + 4)^5 + 3x)^8$$

$$F(x) = \sqrt{5 + \sqrt{4x + 3}}$$

$$G(x) = \frac{1}{x\sqrt{x^2 + 1} + 3}$$