Oppgaver Forkurs Matematikk OsloMet
16. august 2021

Forsøk å løse oppgavene uten bruk av hjelpemiddel

Oppgave 1. Primtall er heltall større enn eller lik 2 som bare er delelige med seg selv og 1. De første primtallene er

$$2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, \ldots$$

Alle naturlige tall er et produkt av primtall. Det er et resultat at faktoriseringen er entydig; hvilke primtall som forekommer og antall ganger de forekommer er bestemt av tallet. For eksempel er $90 = 2 \cdot 3^2 \cdot 5$. Tallet 1 er produktet av ingen primtall.

Faktoriser de følgende naturlige tallene som produkt av primtall

$$10 \quad 16 \quad 51 \quad 99 \quad 91 \quad 256 \quad 1000 \quad 44100$$

Oppgave 2. Regneoperasjonene subtraksjon og divisjon er ikke kommutative eller assosiative. Her er noen eksempler som viser dette.

$$a)\ 2-3 \text{ og } 3-2 \quad \text{samt} \quad 5-(3-2) \text{ og } (5-3)-2$$

$$a)\ 1/2 \text{ og } 2/1 \quad \text{samt} \quad 2/(5/4) \text{ og } (2/5)/4$$

Oppgave 3. Finn tallene lik (regn ut)

$$2-3-4+5 \qquad 2-(3-4)+5 \qquad 2-3-(4+5)$$

Oppgave 4. Finn heltallene lik

$$a)\ 2(3+4)\ og\ 2\cdot 3+4 \quad b)(-2)^3\ og\ -2^3 \quad c)\ -3(5-2)\ og\ -3\cdot 5-3\cdot 2$$

Oppgave 5. Skriv følgende tall som en fullstendig forkortet brøk (teller og nevner er relativt primiske, dvs. de kan ikke begge deles med et felles primtall). For eksempel er 12/18 fullstendig forkortet lik 2/3.

$$4/8 \quad 3/7 \quad 200/150 \quad 98/14 \quad (30+66)/(6+9) \quad 3/4+1/5 \quad 1/7-1/9$$

Oppgave 6. Stokk om på de følgende rasjonale tallene slik at de blir ordnet etter størelse. Det minste tallet skal være lengst til venstre (økende rekkefølge)

$$1/3 \quad 1/2 \quad -1/4 \quad 2/5 \quad 5/2 \quad 0/6 \quad 7/3$$

Oppgave 7. Finn heltallene lik

a) $3 \cdot 2^2$ og 32^2 og $(3 \cdot 2)^2$ *b*) $(2-3)^3$ og $2 - 3^3$ *c*) $2 - 3^2$ og $2 + (-3)^2$

Oppgave 8. Skriv de følgende tallene som en forkortet brøk

$$(2^3)^{-1} \qquad 3^8 \cdot 3^5 \cdot 3^{-10} \qquad \frac{5^3 \cdot 5^5 \cdot (1/5)}{(5^2)^3} \qquad \frac{6^7 \cdot 2^{-5}}{3^8}$$

Oppgave 9. Gang ut parentesene

$$a(b+c) \quad a(b-c) \quad -a(b+c) \quad -a(b-c)$$

Oppgave 10. Forkort

$$\frac{6a^4 + 2a^2}{18a^3 + 6a} \qquad \frac{(a-2)^2 - 4}{(a+2)^2 - 4}$$

Oppgave 11. Forklar hvorfor $\sqrt{2}$ er et irrasjonalt tall.

Hint: Forklar at et heltall n er et kvadrat av et annet heltall hvis og bare hvis hvert primtall i primtallfaktorisering til n forekommer et jevnt antall ganger.

Anta at $\sqrt{2} = a/b$. Da er $2b^2 = a^2$. Bruk dette til å vise at $\sqrt{2}$ ikke er et rasjonalt tall. (Antakelsen må være gal, så $\sqrt{2}$ kan ikke være lik en brøk).

Mer generelt vis at $\sqrt{n}$ enten er et heltall eller et irrasjonalt tall for alle naturlige tall n. Det er et irrasjonalt tall presis når minst ett av primtallene i primtallsfaktoriseringen til n forekommer et odde antall ganger.

Avgjør hvilken av tallene

$$\sqrt{7} \quad \sqrt{81} \quad \sqrt{52} \quad \sqrt{1} \quad \sqrt{28}$$

som er heltall og hvilken som er irrasjonale tall.