31.08.22 Kap 2

Lineær likning $ax + b = c$

① $\Leftrightarrow \quad ax = c - b$

$a = 0$, $b = c$: Løsningene er alle $x \in \mathbb{R}$

$a = 0$, $b \neq c$: Løsningsmengden er tom.

$a \neq 0$, Det er akkurat én løsning $x \in \frac{c-b}{a}$.

* $4x - 3(x-4) = 2(x+3)$

$\Leftrightarrow \quad 4x - 3x + 12 = 2x + 6$

$\Leftrightarrow \quad -x + 2x = 12 - 6$ (bytter om høyre og venstre side)

$\underline{x = 6}$

* $\dfrac{2x+1}{x+1} = 3$ Her må $x \neq -1$ for at uttrykket skal gi mening.

$\Leftrightarrow \quad 2x + 1 = 3(x+1)$ for $x \neq -1$

$\Leftrightarrow \quad 1 - 3 = 3x - 2x$

$\Leftrightarrow \quad x = -2.$

(setter prøve på svaret:

$\dfrac{2(-2)+1}{-2+1} = \dfrac{-3}{-1} = 3$ ✓)

2.3 Formler

temperatur i °Celsius C

°Fahrenheit F

(2)

$$F = 32 + 1.8 \cdot C$$

Kan uttrykke C ved hjelp av F

$$C = \frac{F-32}{1.8} = \frac{5(F-32)}{9}$$

°C	°F
0	32
100	212
10	50
20	68
30	86
37.77...	100
−17.77..	0
−40	−40

2,5 Ulikheter

(3) * $-5x > 15$

legge til $5x$ og -15 på begge sider av ulikhet

$$-15 > 5x$$

Deler på 5 : $\underline{-3 > x}$

Alternativt : Deler begge sider av ulikheten med $-5 < 0$ og snu ulikheten

$$\frac{-5x}{-5} < \frac{15}{-5}$$

$$\underline{x < -3}$$

* $\frac{1}{x} + 4 > 3 \Leftrightarrow \frac{1}{x} > -1$

$x \neq 0$ for at ulikhen skal gi mening.

Ganger opp med x på begge sider av ulikheten :

$x > 0$ $1 > -x \Leftrightarrow -1 < x$ $\langle 0, \infty \rangle$

snur ulikheten

$x < 0$ $1 < -x \Leftrightarrow x < -1$ $\langle -\infty, -1 \rangle$

Løsningsmengden er $\underline{x \in \langle -\infty, -1 \rangle \cup \langle 0, \infty \rangle}$

union

4

2.6 Intervaller

$[1,2]$ betyr alle x slik at $1 \le x \le 2$

$(1,2)$
eller $\langle 1,2 \rangle$ — $1 < x < 2$

$[1,2\rangle$ — $1 \le x < 2$

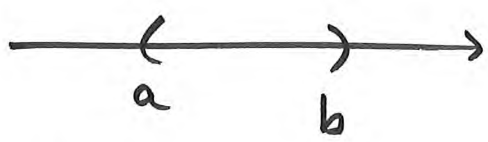
$\langle 1,2]$ — $1 < x \le 2$

$\langle 1,\infty \rangle$ — $1 < x$

$\langle -\infty, 2]$ — $x \le 2$

Åpne intervall : $\langle a, b \rangle = \{x \mid a < x < b\}$

skrives som



Lukka intervall $[a, b] = \{x \mid a \le x \le b\}$

Halvåpne intervall $[a,b\rangle = \{x \mid a \le x < b\}$

$\langle a, b] = \{x \mid a < x \le b\}$.

Ubegrensa åpne intervall $\langle a, \infty \rangle$

$\langle -\infty, b \rangle$

Lukka intervall $[a, \infty \rangle$

$\langle -\infty, b \rangle$

Ubegrensa intervaller skrives alternativt
som $\langle \leftarrow , b\rangle = \langle -\infty , b\rangle$

5 og $[a, \infty\rangle = [a, \rightarrow\rangle$.

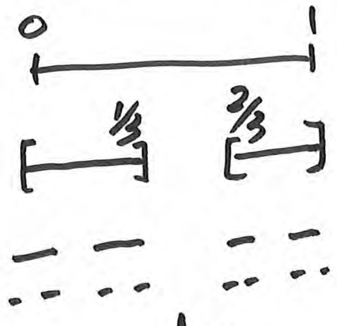
Ett enkelt punkt x er en lukka interval

$$[x,x] = \{x\}.$$

$$\langle x,x\rangle = \emptyset \quad \text{tomme mengde}.$$

De rasjonale tall $\mathbb{Q}$ inneholder ingen
åpen mengde (a,b).
Med andre ord for alle $a<b$ så er det
et irrasjonalt tall mellom a og b.

Cantor mengden konstruert rekursivt
ved å fjerne 1/3 av delmengden i
hvert steg



midterste 1/3
av hver intervall
fjernes i hvert steg.

etc.

Mengdelære

Mengder består av elementer.

6

$x \in S$ — x er element i S

$x \notin S$ — x er ikkje element i S.

$A \subset S$ — A er delmengde av S

$\Leftrightarrow S \supset A$ — S inneholder A.

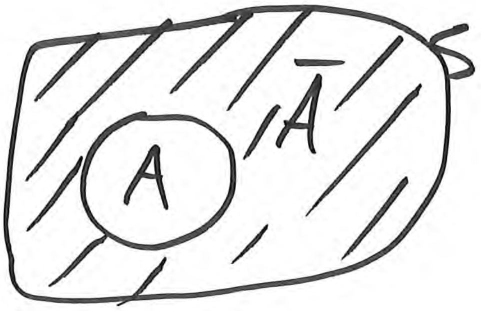
Dette vil si at alle elementer i A også er elementer i S

$$x \in A \Rightarrow x \in S.$$

Komplementet til A i S

$$\bar{A} = S \setminus A = S - A = \{x \in S \mid x \notin A\}$$

Mengden av alle x i S som ikkje er i A.



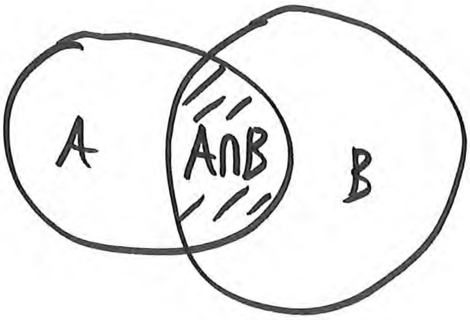
7

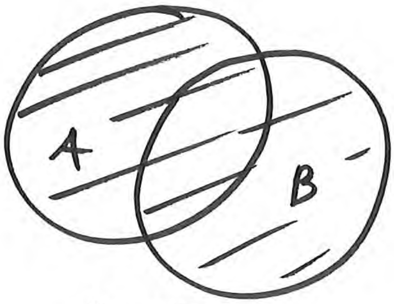
Snitt

$$A \cap B = \{ x \mid x \in A \text{ og } x \in B \}$$

Union

$$A \cup B = \{ x \mid x \in A \text{ eller } x \in B \}$$



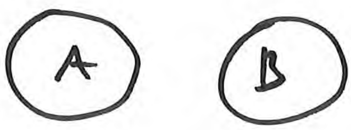


$A \cup B$

$\emptyset$ tomme mengde

A og B er disjunkte hvis $A \cap B = \emptyset$

De har da <u>ingen</u> elementer felles.



Figurene er eksempler på Venndiagram

I figurene svarer mengder til delmengder av planet. Elementene er punkter.

(8) Doble ulikheter

* $1 < 3x-2 < 7$

betyr: $1 < 3x-2$

og $3x-2 < 7$

Løsningene er alle x slik at begge ulikhetene er oppfylt.

$1 < 3x-2 \iff 3 < 3x \iff 1 < x$

$3x-2 < 7 \iff 3x < 9 \iff x < 3$

Løsningsmengden er derfor alle x slik at $1 < x < 3$

$x \in \langle 1, 3 \rangle$.

* $x+1 < 3x+1 < 13-x$

$x+1 < 3x+1 \iff 0 < 3x-x \iff 0 < x$

$3x+1 < 13-x \iff 4x < 13-1 \iff x < 3$.

Løsningsmengden er: $0 < x < 3$

Alternativt: $x \in \langle 0, 3 \rangle$.

Resultat $S \setminus A \cap B = (S \setminus A) \cup (S \setminus B)$