| | |
|---|---|
| Innlevering i | FORK1120 - Matematikk forkurs OsloMet |
| | Obligatorisk innlevering 5 |
| Innleveringsfrist | Torsdag 9. februar 2023 |
| Antall oppgaver: | 9 enkle + 6 middels + 3 vanskelige |

# 1 Enkle oppgaver

**Oppgave 1.** Finn volum og overflateareal til følgende figurer. Tegn gjerne figurene.

a) Et rett rektangulert prisme med sideflater av lengde 2, 3, og 5.

b) En rett sylinder med radius 3 og høyde 7. (Topp og bunnplaten tas med når dere finner overflatearealet).

c) Ein kjegle med radius 3 og høyde 7. (Bunnplaten tas med.)

d) En kule med radius 5.

e) En halvkule (hvor snittflaten tas med) som har diameter 3.

**Oppgave 2.** Finn vinklene og lengden til sidene, samt arealet til trekanten $\triangle ABC$ gitt som følger. Svaret kan gis som desimaltall med minst 4 siffers nøyaktighet. Tallene som er oppgitt er eksakte.

a) $\angle A = 90°$, $\angle C = 30°$ og $AB = 8$.

b) $\angle A = 90°$, $\angle C = 33°$ og $AB = 8$.

c) $\angle C = 20°$ og $AC = BC = 10$.

d) $\angle A = 55°$, $\angle B = 44°$ og $AC = 23$.

e) $\angle A = 40°$, $AC = 8$ og $BC = 7$.

f) $\angle A = 120°$, $AB = 12$ og $AC = 7$.

**Oppgave 3.** Gjør om følgende vinkler oppgitt i grader til radianer. Gi svaret eksakt.

$$a)\ 270° \quad b)\ 150° \quad c)\ 25° \quad d)\ 18° \quad e)\ 135°.$$

**Oppgave 4.** Gjør om følgende vinkler oppgitt i radianer til grader. Gi svaret som desimaltall og avrundt til 5 gyldige siffer.

$$a)\ \pi/3 \quad b)\ 1 \quad c)\ \frac{1}{57} \quad d)\ \frac{22}{7} \quad e)\ \frac{5\pi}{4}.$$

**Oppgave 5.** Finn alle vinkler $v$, med enhet radianer, i intervallet $[0, 2\pi]$ slik at hver av likningene er oppfylt. Svarene skal gis eksakt.

a) $\sin(v) = -\frac{1}{2}$

b) $\cos(v) = 1$

c) $\cos(v) = -\frac{\sqrt{3}}{2}$

d) $\sin(v) - \sqrt{3}\cos(v) = 0$

e) $\sin(v)\cos(v) = 0$

**Oppgave 6.** Finn alle vinkler $v$, med enhet grader, i intervallet $[0, 360°]$ slik at hver av likningene er oppfylt. Svarene skal gis med fem gyldige siffer.

a) $\sin(v) = \frac{1}{3}$

b) $\cos(v) = 0.8$

c) $\sin(v) = 2$

d) $\tan(v) = 1000$

e) $\sin(v) = \frac{\pi}{180}$

**Oppgave 7.** Skriv følgende funksjoner som en harmonisk svingning på standard form

$$A\sin(kx + c) + d$$

hvor $A, k \geq 0$. Finn også perioden til svingningene. Det kan være til hjelp å se på grafen til funksjonene (geogebra).

Konstanten $c$ er ikke unik. Den kan forskyves med heltallsmultiplum av $2\pi$. Velg gjerne $c$ i intervallet $[0, 2\pi]$.

a) $f(x) = \sin(2\pi x + 4\pi)$

b) $f(x) = \sin(-2x + 20)$

c) $f(x) = \cos(2x)$

d) $f(x) = \cos^2(3x) - 1/2$

**Oppgave 8.** Deriver funksjonene

a) $f(x) = \sin(2\pi x + 3)$

b) $f(x) = 3x\sin(2x) + 7$

c) $f(x) = e^{-3x+1}\cos(5x)$

d) $f(x) = \cos^3(x)$

**Oppgave 9.** Finn vektoren $\overrightarrow{AB}$ når punktene er gitt som følger.

a) $A = (1, 4)$ og $B = (6, 7)$

b) $A = (0, 0, 0)$ og $B = (6, 7, 13)$

c) $A = (4, 0, -14)$ og $B = (0, 0, 0)$

d) $A = (1.34, 6.87, 9.678)$ og $B = (6.789, 7.77, 13.654)$

e) $A = (1/4, 5/6, 7/13)$ og $B = (3/6, 5/24, 8/7)$

## 2 Middels vanskelige oppgaver

**Oppgave 10.** Finn alle vinkler $v$, med enhet grader, i intervallet $[0, 360°]$ slik at hver av likningene er oppfylt. Svarene skal gis eksakt.

a) $\sin^2(v) = \frac{1}{2}$

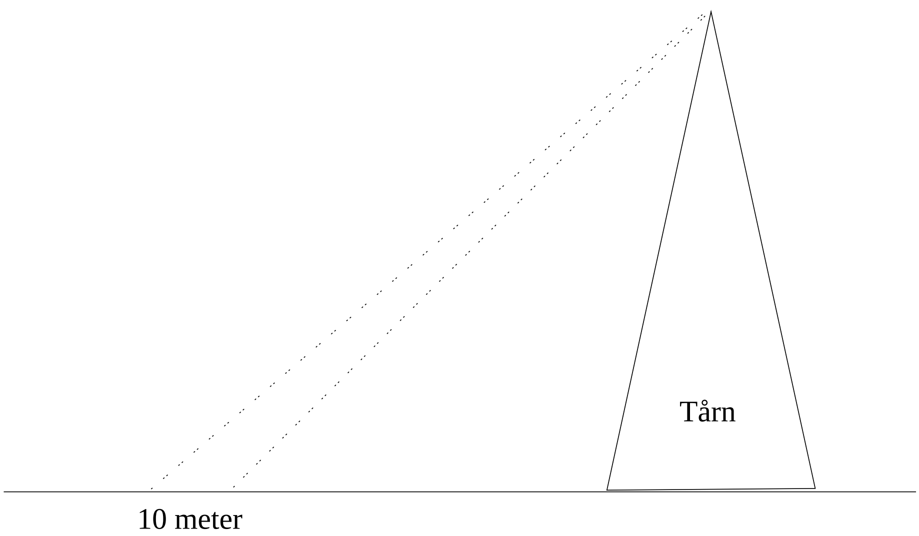
b) $2\sin(v) + 5 = 9 - \sin(v)$

c) $\cos^2(v) - \cos(v) = 0$

d) $\sin^2(v) + \cos(v) - 1 = 0$

e) $2\sin(v) - \tan(v) = 0$

**Oppgave 11.** Et tårn står på en flat bakke. Vi har et instrument som kan måle vinkler (mellom laserstråler) nøyaktig og et kort målband. Vi måler først vinklen mellom linjen fra bakken der vi står og toppen av tårnet og bakkenivået. Den er 45.0 grader. Deretter går vi 10 meter i retning vekk fra tårnet. Vi måler vinkelen igjen og finner at den nå er 41.3 grader. Hvor høyt er tårnet?




**Oppgave 12.** Deriver de følgende funksjonene.

a) $f(x) = 3\cos(2x - 1) + 12$

b) $f(x) = x^2 \sin(x)$

c) $f(x) = \cos(\sin(x))$

d) $f(x) = \cos(2x)\sin(3x)$

**Oppgave 13.** Løs følgende likninger. Gi svarene med 4 gyldige siffer.

a) $\arcsin x = 0.3786$.

b) $\tan(2\pi x) = 1$ hvor $x \in [-2, 2]$.

c) $\cos(2x - 1) = 0.3479$ hvor $x \in [0, 3]$.

d)* $\sin(x^2 + 3x) = 0.5567$ hvor $x \in [-2, 4]$.

**Oppgave 14.** Finn alle løsningene, i første omløp $[0, 2\pi\rangle$, til ulikhetene. Svaret skal gis eksakt.

a) $\sqrt{3}\sin(x) + \cos(x) > 0$.

b) $\cos^2(x) + 2\cos(x) + 3/4 \geq 0$.

c) $\cos^2(x) - \sin(x) < -1$.

d) $\cos(x-1) < 2\cos^2(x-1)$.

e) $\sin(x) < \sin(2x)$.

f) $2\cos(2x) + 8\cos(x) + 5 \geq 0$

**Oppgave 15.** Gitt funksjonen

$$f(x) = \cos^2(x) - \sin(x) + 1$$

med definisjonsmengde $[-\pi, \pi]$. Finn nullpunktene og vendepunktene til $f(x)$. Avgjør hvor $f(x)$ vokser og avtar. Finn ekstremalpunktene til $f(x)$. Lag en skisse av grafen til $f(x)$.

# 3 Vanskelige oppgaver

**Oppgave 16.** Her er et standard eksempel som viser at den deriverte ikke alltid trenger være en kontinuerlig funksjon. Vis at funksjonen

$$f(x) = \begin{cases} 0 & x \leq 0 \\ x^2\sin(1/x) & 0 < x \end{cases}$$

er deriverbar i alle punkt, men at den deriverte ikke er kontinuerlig i $x = 0$.

**Oppgave 17.** Bestem lengden på alle sidene og finn alle vinklene til alle trekantene spesifisert som følger:

a) Trekantene er rettvinkla og to av sidene har lengde 4 og 5.

b) Trekantene er likebeina og en av vinklene er 30 grader og en av sidene har lengde 10.

c) Den ene vinkelen er 30 grader og to av sidene har lengde 8 og 5.

La side a ha lengde 8 og side b ha lengde 5. Vi undersøker hvilke trekanter vi kan ha når vi setter hver av de tre vinklene i trekanten lik vinkelen 30°.

d) Trekanten har sider av lengde 2, 3 og 4.

**Oppgave 18.** Alle trekanter kan innskrives i en sirkel. Det vil si at det finnes en sirkel med radius $R$ slik at trekanten ligger inni sirkelen og hjørnene til trekanten ligger på selve sirkelen (avstanden fra hvert av hjørnene til senteret er $R$). Radien $R$ er bestemt av trekanten. I denne oppgaven skal dere vise at en trekant med sider $a$, $b$ og $c$ kan innskrives i en sirkel med radius lik

$$R = \frac{abc}{\sqrt{2(a^2b^2 + a^2c^2 + b^2c^2) - (a^4 + b^4 + c^4)}}.$$

LF: Dette resultatet følger ved å sette inn uttrykket for $A$ i deloppgave $b$) inn i uattrykket for $R$ i deloppgave $a$).

a) Vis at en trekant med areal $A$ hvor sidene har lengde $a$, $b$ og $c$ kan innskrives i en sirkel med radius lik

$$R = \frac{abc}{4A}.$$

b) Vis at arealet til en trekant med sider av lengde $a$, $b$ og $c$ er lik

$$A = \frac{\sqrt{2(a^2b^2 + a^2c^2 + b^2c^2) - (a^4 + b^4 + c^4)}}{4}.$$

(Hint: Cosinussetning og arealsetning, samt Pytagoras sats $\cos^2 v + \sin^2 v = 1$.)