19 august
26

Regnekonvensjoner (for å slippe å skrive opp så mange parenteser)

Vi kan skrive $2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5$ istedenfor $(2 \cdot 3)(4 \cdot 5)$ etc
$2 \cdot (3 \cdot (4 \cdot 5))$

Vi slipper å skrive parenteser fordi multiplikasjon er assosiativ.

Det er en konvensjon (allmen enighet) om å utføre regneoperasjonene i følgende rekkefølge.

Parenteser

Potenser

Regneoperasjoner utføres fra venstre mot høyre → Produkt, kvotient (multiplikasjon og divisjon)

→ Addisjon og subtraksjon.

---

med parentes

$2 \cdot (3+4) = 2 \cdot 7 = 14$

$2 \cdot 3 + 4 = 6 + 4 = 10$ $\quad (2 \cdot 3) + 4$

2 · 3 + 4

2 · først, + deretter

$2 \cdot 3^2 = 2 \cdot 9 = 18$ $\quad 2 \cdot (3^2)$

$2 \cdot 3^2$

2 · andre, 3^2 først

-2^4 er dette $-(2^4)$ eller $(-2)^4$

-16 16

tolkes som

$-2^4 = -(2^4) = -16$

Ønsker vi $(-2)^4$, så må vi bruke parenteser.

$(-1)\cdot 2^4$

mult. potens

(spørsmål om røtter: bestemmer hva vi skal ta roten av

$\sqrt{9\cdot 4} = \sqrt{9}\cdot\sqrt{4} = 3\cdot 2 = 6$

$\sqrt{9}\cdot 4 = 3\cdot 4 = 12$

alternativt: $\sqrt{(9\cdot 4)} = 6$, men $\sqrt{(9)}\cdot 4 = 12$

$\sqrt{(9)}\cdot(1+3) = \sqrt{9}\cdot 4 = 12\ldots$)

$5 + 10/5$ er det $(5+10)/5$ eller $5 + (10/5)$?

↑ ↑

deretter først

$5 + (10/5) = 5 + 2 = 7.$

$15/5 - 2$ er det $(15/5) - 2$ eller $15/(5-2)$?

$3 - 2 = 1$

Det skader ikke å bruke parentheser her

$5 + (10/5)$ og $(15/5) - 2$

Med brøk notasjon: $5 + \frac{10}{5}$ og $\frac{15}{5} - 2$

blir regnerekkefølgen tydligere.

Unngå å skrive $2 \cdot -3$. skriv heller $2 \cdot (-3)$

$2 \cdot -3$

$2 \cdot - 3$

$2 \cdot — 3$

$2 - 3$

$-3 \cdot 2$ er greit

—

$2 \cdot 6/4/2$ fra venstre til høyre $= \dfrac{((2 \cdot 6)/4)/2}{\frac{2 \cdot 6}{4}{2}} = (12/4)/2 = \frac{3}{2}$

Benytt parenteser!

med brøk notasjon $\dfrac{\frac{2 \cdot 6}{4}}{2}$ ikke $\frac{\frac{2 \cdot 6}{4}}{2}$

$2 - 3 - 1$ tolkes om $(2-3)-1 = -2$

og ikke som $2 - (3-1) = 0$!

Skriv gjerne om som $2 + (-3) + (-1)$

Vi står da fritt til å utføre addisjonen i ønsket rekkefølge

$$97 - 123 + 3 - 77$$

$$= 97 + (-123) + 3 + (-77)$$

$$= \underbrace{97+3}_{100} + \underbrace{(-123)+(-77)}_{(-200)}$$

$$= -100$$

+ er kommutativ og assosiativ

---

* Forenkl $-x^2 - (-x)^2 = -1 \cdot x^2 - (-1)^2 x^2$

$= -x^2 - x^2 = -2x^2$

Skriv opp regnestykket og finn summen til: trekk -3 fra 2.

$2 - (-3)$ (ikke $2 - -3$!)

$= 2 + (-1)(-1) \cdot 3 = 2 + 3 = \underline{5}$

Finn verdien til $2+3\cdot4-1$

Dvs $2+12+(-1) = 13$

Finn $7/6+1 = (7/6)+1$ ikke $7/(6+1) = 1$

$2-27-7 = (2-27)-7$ eller $2+(-27)+(-7) = -32$

$2-(27+7) = -32$

Finn 1) $-3\cdot2^2$ 2) $-(3\cdot2)^2$ 3) $(-3\cdot2)^2$
4) -32^2

1) $-3\cdot2^2 = -3\cdot4 = \underline{-12}$

2) $-(3\cdot2)^2 = -6^2$
$= \underline{-36}$

3) $(-3\cdot2)^2 = (-6)^2 = 36$

4) $-(32)^2 = -(30+2)^2 = -(30^2+2^2+2\cdot30\cdot2)$ kvadratsetningen.
$= -(900+4+120) = \underline{-1024}$.

Alternativt:
$32 = 2^5$
$32^2 = (2^5)^2$
$= 2^{10} = 1024$.

2^{2^3} betyr det $2^{(2^3)}$ eller $(2^2)^3$

2^8 eller 2^6 ?

Det betyr $2^{(2^3)}$

Regnereglen er omtalt i boken 1C

Euklids algoritme. (også i 1C)

Vi har entydig primtallsfaktorisering.

<u>S</u>tørste felles faktor til to naturlige tall a og b er det største naturlige tallet som deler både a og b.

sff(a, b)

sff(15, 21) = 3

sff(24, 28) = 4

siden $15 = 3 \cdot 5$ og $21 = 3 \cdot 7$

$24 = 2^3 \cdot 3$ $28 = 2^2 \cdot 7$

$sff(2^3 \cdot 3^2 \cdot 5^1 7^3 11^5,\ 2^7 5^3 \cdot 7 \cdot 11^2 \cdot 13)$

$= 2^3 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 11^2$

En effektiv algoritme for å finne sff.

$a > b$

trekker fra heltallsmultipler av b fra a til vi får et tall t, $0 \leq t < b$

Gjenta prosedyren med b og t, hvis $t > 0$

Stopper hvis $t = 0$

Det neste minste tallet i paret er da $sff(a, b)$

Eksempel 21 og 15

15, 21 $\quad 21 - 15 = 6$

6, 15 $\quad 15 - 2 \cdot 6 = 3$

3, 6 $\quad 6 - 2 \cdot 3 = 0$

0, 3 $\quad$ så 3 er sfg (15, 21).

=

$3 \cdot 7 \cdot 13 = 3 \cdot 91 = 273$

$7 \cdot 7 = 49$

Eukelids algoritme for å finne sfg.

49, 273 $\quad 273 - 5 \cdot 49 = 273 - 245 = 28$

28, 49 $\quad 49 - 28 = 21$

21, 28 $\quad 28 - 21 = 7$

7, 21 $\quad 21 - 3 \cdot 7 = 0$

0, 7 $\quad$ så sfg (49, 273) = 7

Øving

```
a = 273      # Velg a til å være størst.
b = 49
r = 1        # en tilfeldig verdi større enn 0
while r>0:
    r = a % b
    a = b
    b = r
print(a)     # største felles faktor til a og b.
```

30 % 7 resten når vi deler ut 7 fra 30

$$30 = \underbrace{4 \cdot 7}_{28} + 2$$

30 % 7 = 2.