31 august

26

Lineære likninger

Boka 4A.

En likning er en påstand. < Sann (Riktig) / Falsk (Gal)

Eksempler

$2x+3=5$ { Galt for $x=0$ etc. / Rigtig for $x=1$

$x^2=4$

$\sqrt{x-1}=x-3$

Løsningene til en likninger verdiene til variablene slik at påstanden blir sann.

To påstander er ekvivalente hvis de har samme sannhetsverdi:

$2x+3=5$ sant hvis og bare hvis

$2x+3-3=5-3$

$2x=2$ som er sann hvis og bare hvis

$x=\frac{1}{2}\cdot 2x=\frac{1}{2}2=1$

Vi benytter $\Leftrightarrow$ (ekvivalenspil) for å si at to påstander er ekvivalente

$$3x - 7 = 5 \quad \Leftrightarrow \quad 3x - 7 + 7 = 5 + 7$$

$$3x = 12$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{1}{3} \cdot 3x = \frac{1}{3} \cdot 12 = 4$$

Løsningen er $\underline{x = 4}$ $\quad (x \in \{4\})$

$$4x + 3 = 11$$

= flytter 3 over på andre siden (av likhetstegnet) og snur fortegnet.

$$= 11 - 3 = 8$$

$$4x$$

= deler med 4 på begge sider (av likhetstegnet)

$$x = \frac{4x}{4} = \frac{8}{4} = 2$$

$$x = 2$$

$a \cdot b = 0 \iff a = 0$ eller $b = 0$

$(x-2)(x+2) = 0 \iff x-2=0$ eller $x+2=0$

$\Updownarrow$ $\Updownarrow$

$x^2 - 4 = 0$ $x = 2$ eller $x = -2$

$\Updownarrow$

$x^2 = 4$ Løsningsmengden er $\{-2, 2\}$

Alternativt: Løsningene er $x=-2$ og $x=2$.

$a>0$ $x^2 = a \iff x^2 - a = 0 \iff x^2 - (\sqrt{a})^2 \iff (x-\sqrt{a})(x+\sqrt{a}) = 0$

$(x+\sqrt{a})=0$ eller $x-\sqrt{a}=0 \iff x = -\sqrt{a}$ eller $x = \sqrt{a}$

Løsningsmengden er $x = -\sqrt{a}$ og $x = \sqrt{a}$

eller bare: $x = \pm\sqrt{a}$.

$$3(x+3) = -(x+4)$$

$\Updownarrow$

$$3x+9 = -x-4$$

legger til $x+4$ på begge sider av likhetstegnet

$\Updownarrow$

$$3x+9+x+4 = -x-4+x+4 = 0$$

$\Updownarrow$

$$(3+1)x+9+4 = 0$$

$\Updownarrow$

$$4x+13 = 0$$

$\Updownarrow$

$$4x = -13$$

$\Updownarrow$

$$\underline{x = -\frac{13}{4}}$$

Løsningen er $\underline{x = -13/4}$

---

påstand

$$2x+1 = 2(3+x)$$

identitet (alltid sant, for alle x)

$$= 6+2x$$

(kan være forvirrende å blande sammen ...)

$\Updownarrow$

$$2x+1 = 6+2x$$

$$2x-2x = 6-1$$

$$0 \cdot x = 5$$

$$0 = 5$$

Ingen løsning!

Løsningsmengden er tom $\varnothing$ tomme mengde.

Et lineært uttrykk er på formen

$$a \cdot x + b.$$

a, b parametre
(gitt for hvert slikt uttrykk)

x variabel

En lineær likning er en likning på formen

$$ax + b = 0$$

(eller ekvivalent påstand)

$a = 0$:

$b = 0$ hvis $b \neq 0$ — Løsningsmengden er $\emptyset$

$b = 0$ — $\mathbb{R}$

$a \neq 0$

$ax + b = 0 \iff ax = -b$

$\iff \underline{x = -b/a}$ — Løsningen er $\underline{\frac{-b}{a}}$

$$\frac{3}{x} + 1 = 8 \iff \frac{3}{x} = 7 \iff x \cdot \frac{3}{x} = 7x \quad \text{når } x \neq 0$$

$$\iff 3 = 7x, \quad x \neq 0 \iff 7x - 3 = 0 \quad x \neq 0$$

ekvivalent til en lineær likning.

$$\iff x = 3/7$$

Løsningsmengden er $\underline{x = 3/7}$. ($\sim 0.43..$)

Lineær likning

Eksempel:

$$-3(x+7) + 2(4-x) = 12x + 1$$

$$-3x - 21 + 8 - 2x = 12x + 1$$

$$-21 + 8 - 1 = 12x + 2x + 3x$$

$$-14 = 17x$$

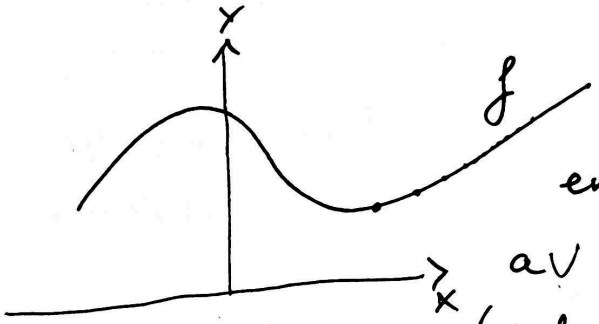
$$17x = -14$$

$$\underline{x = \frac{-14}{17}}$$

Løsningen er $\underline{x = -14/17}$

Grafer

$f(x)$ funksjon definert for alle x i <u>definisjonsmengden</u> til f.



Grafen til f er mengden av punkt $(x, f(x))$ for gyldige x.

$$\{(x, f(x)) \mid x \text{ i definisjonsmengden til } f\}$$

eks. $f(x) = x^2$ alle x

$g(x) = \sqrt{x}$ alle $x \geq 0$

$h(x) = ax + b$ alle x.

Grafene til uttrykkene $y = ax + b$ er linjer.

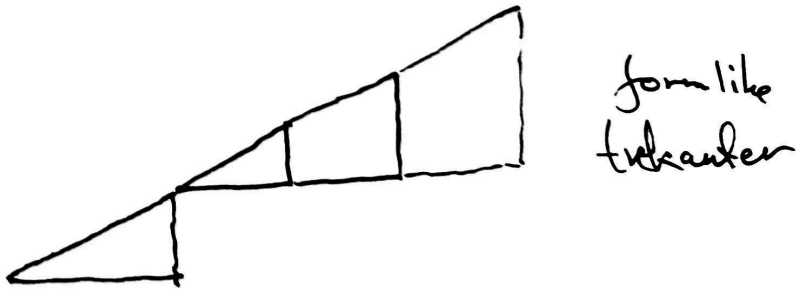
x_1 og x_2 to x-verdier

$y_1 = ax_1 + b$ $\quad y_2 = ax_2 + b$

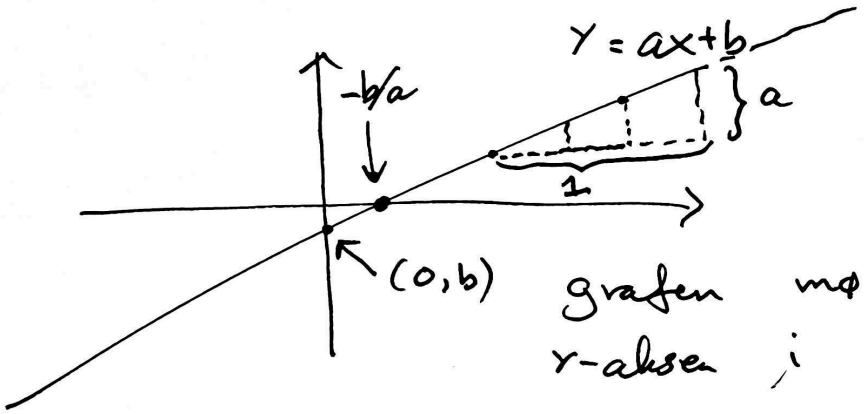
$$y_2 - y_1 = (ax_2 + b) - (ax_1 + b)$$

$$= ax_2 - ax_1$$

$$y_2 - y_1 = a(x_2 - x_1)$$



formlike trekanter



linje med stigningstall a.

grafen møter y-aksen i b.

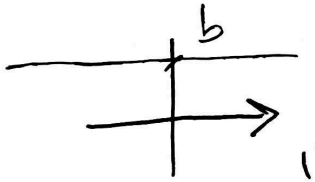
Likning: $ax+b=0$

Løsningen er x-verdien som gir $y = ax+b$ er lik 0.

Det er x-verdien hvor grafen møter x-aksen.

$$x = \frac{-b}{a}$$

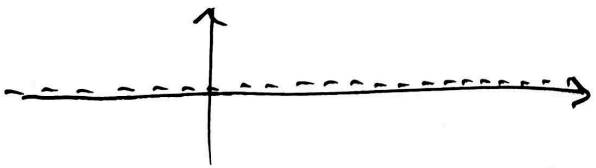
$a=0$
$b\neq 0$



$b=0$ ingen løsning

linjene møtes aldri

$a=0$
$b=0$



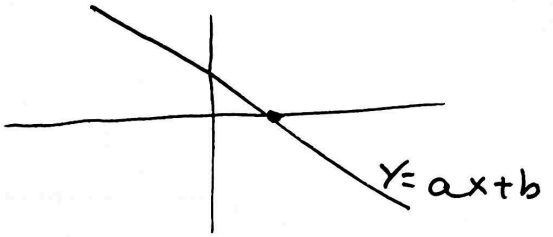
$ax+b=0$

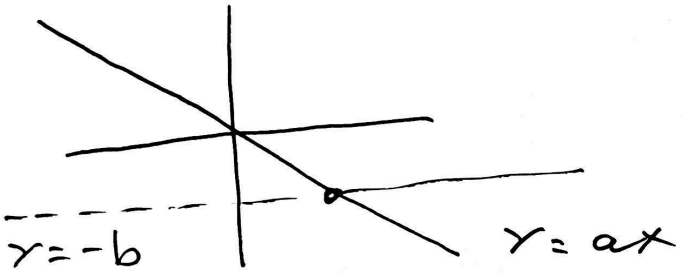
$0=0$ sant for alle x

Grafen og x-aksen sammenfaller.

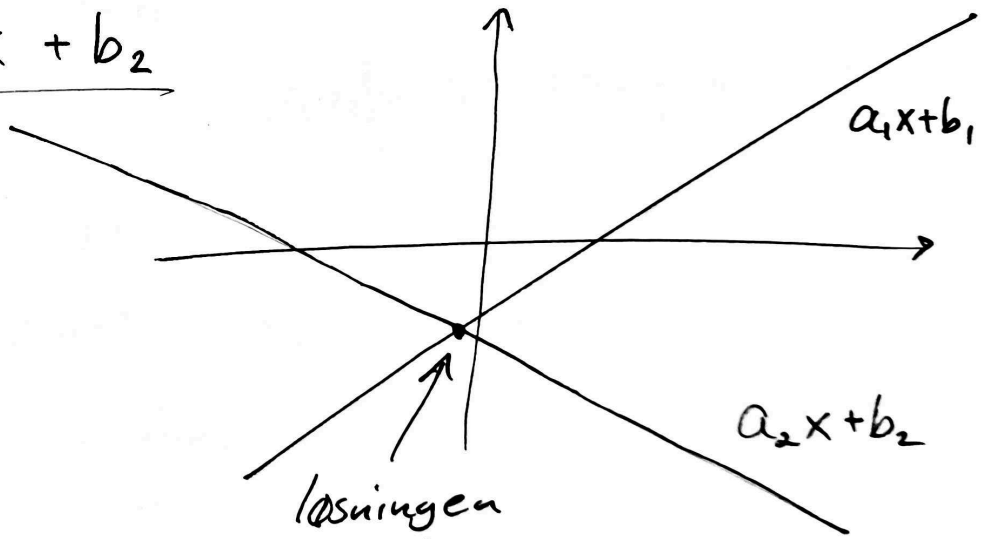
$$ax + b = 0$$

$$ax = -b$$





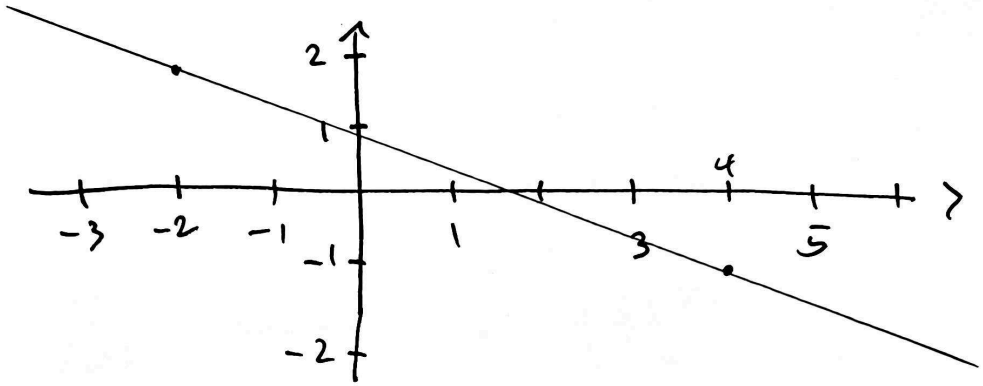
$$a_1 x + b_1 = a_2 x + b_2$$



Løsningen er x-verdien til skjæringspunktet til linjene.

Tegn grafen til

$-\frac{x}{2} + 1$



Gitt en likning i to variable x, y.

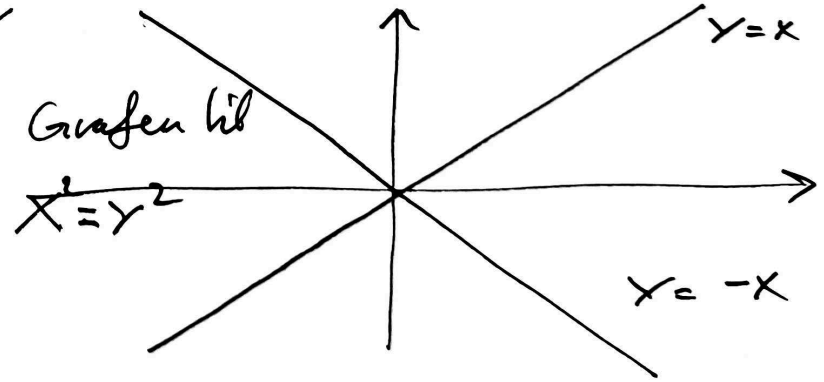
Grafen til likningen er da samlingen av alle (x,y) som er løsninger til likningen.

- Grafen til en funksjon $f(x)$ er grafen til likningen $y = f(x)$.

$$x^2 = y^2 \iff \sqrt{x^2} = \sqrt{y^2} \iff |x| = |y|$$

Eks

$$\iff x = y \text{ eller } x = -y$$



1 Zoll = 2.54cm

$2.54 \cdot L_{Zoll} = L_{cm}$ linear Zusammenhang.

$\frac{20\,cm}{2.54\,cm/Zoll} = \frac{20}{2.54}$ Zoll $\sim$ 7.87"

$T_{Fahrenheit} = 1.8\, T_{Celsius} + 32$

$0°C = 32°F$

$100°C = 212°F$

$100°F = \frac{100 - 32}{1.8} = 37.\overline{7} \sim 37.78°C$