2 februar 2009

Massesenter

Vi betrakter et system av n punktpartikler med masse m_i og posisjonsvektor r_i, $i=1,\dots,n$.

Total masse til systemet er $M = \sum_{i=1}^{n} m_i$.

Massesenteret for partikkelsystemet er

$$\vec{r}_c = \frac{1}{M} \sum_{i=1}^{n} m_i \cdot \vec{r}_i .$$

Legeme med utstrekning

R

Massetetthet ρ (rho)

Total masse $M = \iiint_R \rho \, dV$

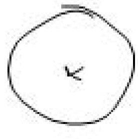
Massesenteret $\frac{1}{M} \iiint_R \rho \vec{r} \, dV$.

Tilsvarende for 1 og 2 dimensjonale legemer.

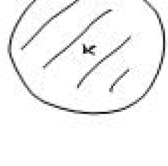
For symmetriske legemer kan massesenteret bestemmes ut fra symmetrien

Eks Konstant massetetthet ρ.

Massesenteret til sirkelen

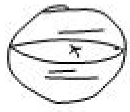


og disken.



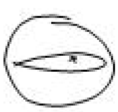
er i sentrum.

Massesenteret til sfæren



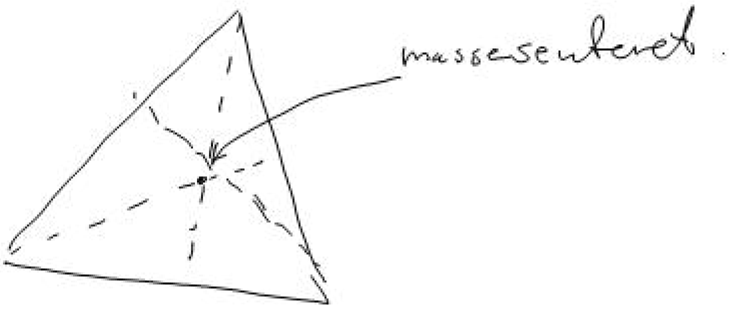
("skallet")

og ballen

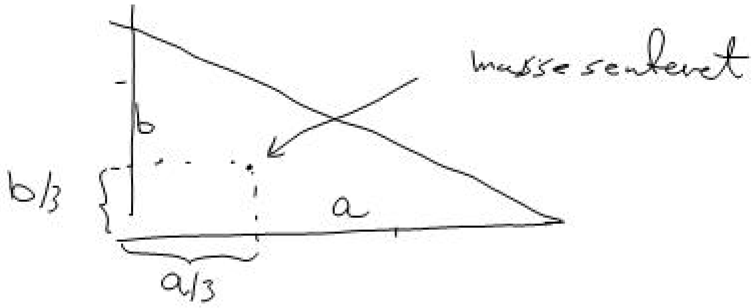


er i sentrum

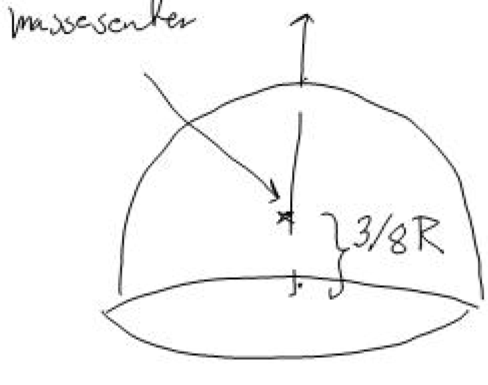
Likesidet trekant



Vi regnet ut massesenteret til en rettvinklet trekant med konstant massesenter

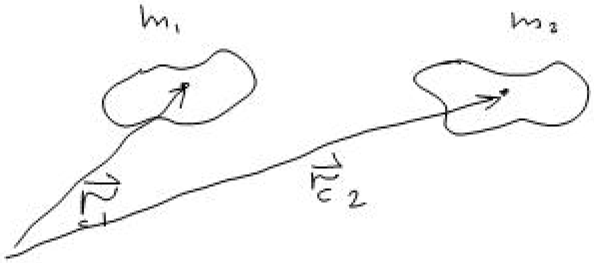


Vi regnet også ut massesenteret til en halv ball



Radius R

Setning om oppdeling.

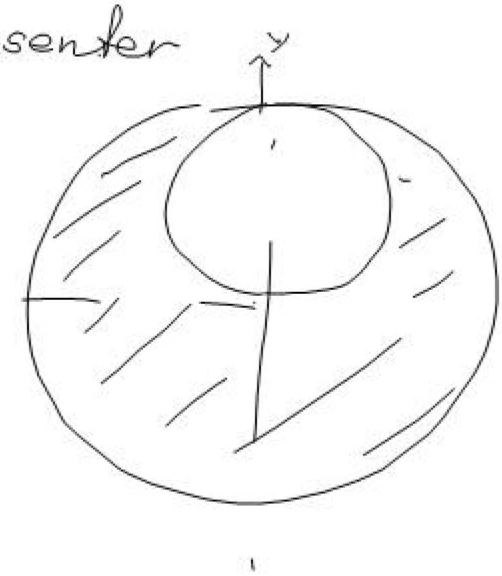


Hvis et system består av n deler, hver del med masse m_i og massesenter $\vec{r}_{c\,i}$ så har systemet totalmasse $M = \sum_{i=1}^{n} m_i$

og massesenter $\vec{r}_c = \frac{1}{M} \sum_{i=1}^{n} m_i \cdot \vec{r}_{c\,i}$.

Dette kan være nyttig ved beregning av massesenter

Eks (oppg 3-22)

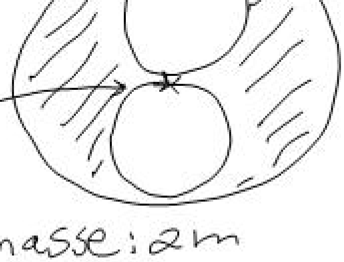


konstant massetetthet ρ

→ i planet

Den store sirkelen har 4 ganger større areal enn den lille.

Deler opp:



massesenter i origo

masse: $2m$

og

massesenter: $(0, -R/2)$

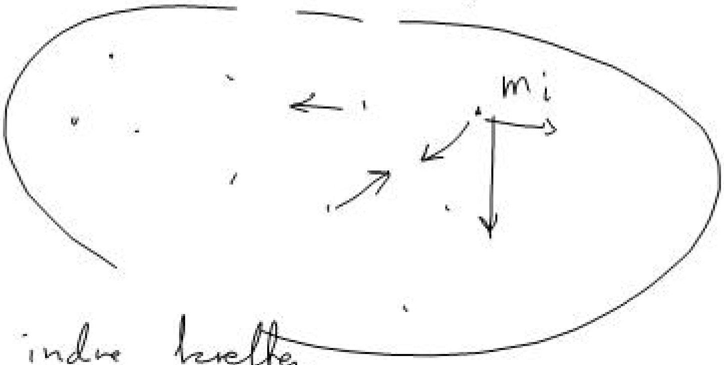
masse: m

Så massesenteret er $\frac{1}{3m}\left(\vec{0} + m\,[0, -R/2]\right)$

$$\underline{\vec{r}_c = [0, -R/6]}$$

4 februar 2009

Partikkelsystem



Kreftene som virker på partikkel i kan skilles i ytre og indre krefter.

Indre kraft hvis motkraften virker på legemer inni systemet

ytre kraft hvis ———————— utenfor systemet.

La $\vec{F}_i$ være summen av ytre krefter på partikkel i

og la $\vec{f}_i$ ———————— indre ———————— .

Vi skal nå se på dynamikken til massesenteret.

$\vec{r}_i$, $\vec{v}_i = \frac{d\vec{r}_i}{dt}$ farten til i-te partikkel

$\vec{a}_i = \frac{d\vec{v}_i}{dt} = \frac{d^2\vec{r}_i}{dt^2}$ akselerasjonen ———— .

Newtons 2 lov $\vec{F}_i + \vec{f}_i = m_i \cdot \vec{a}_i$

$$M \cdot \vec{r}_c = \Sigma\, m_i \vec{r}_i$$

$$M \cdot \vec{v}_c = \Sigma\, m_i \vec{v}_i$$

$$M \cdot \vec{a}_c = \Sigma\, m_i \vec{a}_i$$

$$\Sigma_i (\vec{F}_i + \vec{f}_i) = \Sigma_i m_i \vec{a}_i = M \vec{a}_c$$

Summen av dei indre kreftene er 0

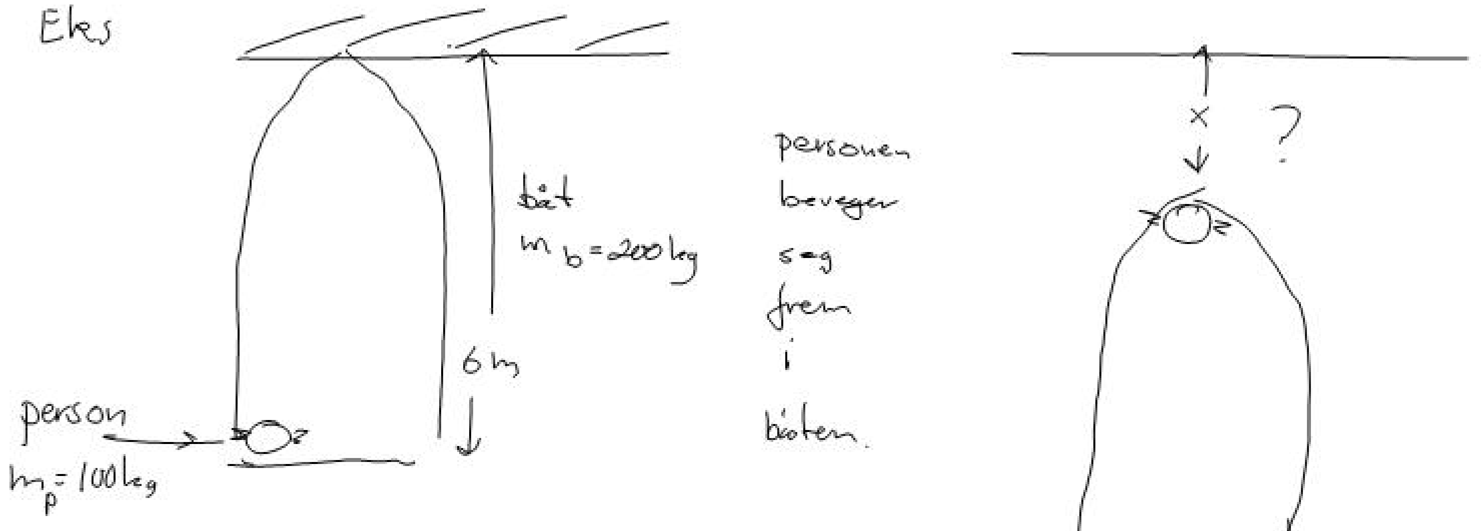
$$\Sigma_i \vec{f}_i = \vec{0}$$

Dette gir $\underline{\Sigma_i F_i = M \cdot \vec{a}_c}$

Massesentersetningen

Massesenteret til et system av partikler beveger seg som en punktpartikkel, med masse lik totalmassen til systemet, påvirket av en kraft lik summen av ytre krefter på systemet

Eks



Gå utfra at det ikke er noe friksjon mellom båten og vannet og at ingen ytre krefter virker på båten.

Personen går helt frem i båten.

Hvor langt er båten fra land når personen er kommet fremst i båten? (massesenteret til systemet av båten og personen er uendret i forhold til omgivelsene. Dette gir $x = 2$ meter

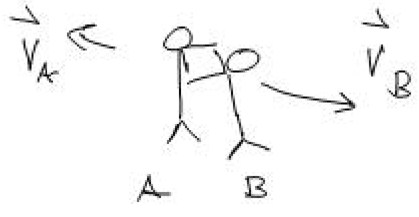
Bevaring av bevegelsesmengde

Hvis summen av ytre krefter på et partikkelsystem er $\vec{0}$ så er total bevegelsesmengde $\sum m_i \vec{v}_i$ til systemet bevart (konservert).

Siden summen av dei ytre kreftene er $\vec{0}$ så er $\frac{d}{dt}\left(\sum_i m_i \vec{v}_i\right) = \sum_i m_i \vec{a}_i = \vec{0}$.

så $\sum_i m_i \vec{v}_i$ er uavhengig av tiden

Eks 2 personer på glatt underlag dytter fra hverandre.



$m_A \vec{V}_A + m_B \vec{V}_B$ = bevegelsesmengde før dyttet.

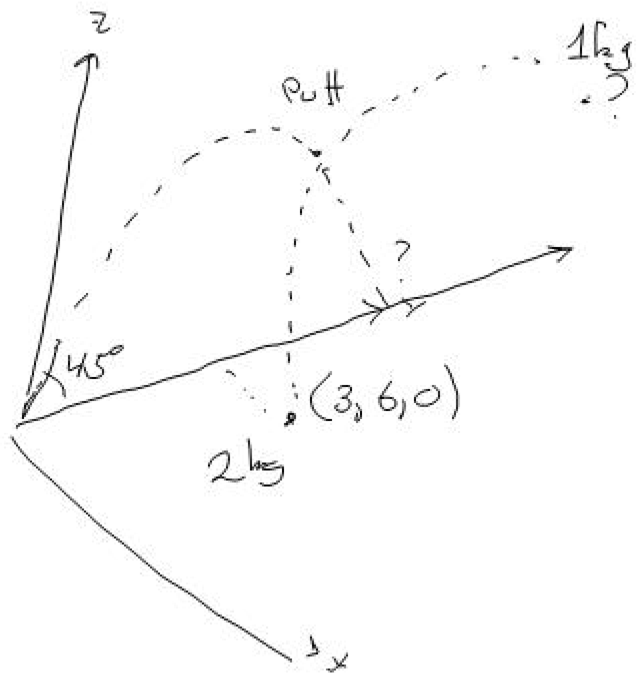
Hvis personene stod i ro før dyttet så er farten etter dyttet relatert ved

$$\vec{V}_B = -\frac{m_A}{m_B} \vec{V}_A .$$

Eks

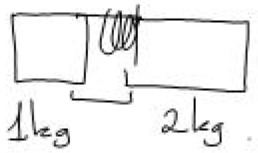
$V_0 = 10\, m/s$

$g \approx 10\, m/s^2$



bakkeplanet er xy planet

Vi setter sammen to klosser med en fjær løst mellom den



Vi skyter dem opp med hastighet $V_0 = 10\, m/s$ i y-z-planet. Låsemekanikken åpnes og fjøren presser klossene fra hverandre (i horisontal retning) mens klossene er i bane. Klossene treffer bakken samtidig. Den tyngste klossen lander i punktet (3, 6, 0). Hvor lander den letteste klossen?

(svar: (− 6, 18, 0))

Detaljer ble gitt på tavlen.