HØGSKOLEN I OSLO
OG AKERSHUS

Fakultet for teknologi, kunst og design
Teknologiske fag

Eksamen i: Matematikk 1000

Målform: Nynorsk

Dato: 01.06.2012

Tid: 5 **timer / kl.** 09.00 - 14.00

Tal på sider (inkl. forside og vedlegg): 6

Tal på oppgåver: 6

Tillatne hjelpemiddel: Formelark lagt ved eksamensoppgåva.

Merknad: Kandidaten må sjølv kontrollera at oppgåvesettet er fullstendig. Dersom noko er uklårt i oppgåveteksten, skal ein gjere greie for dei føresetnadane du legg til grunn for løysinga. Ein skal grunngje alle svar, og mellomrekningar skal takast med i innføringa. Alle deloppgåver har lik vekt.

Svaret skal merkjast med kandidatnummer, ikkje namn.
Bruk blå eller svart kulepenn på innføringsarket.

Fagleg rettleiar: Sølve Selstø

Utarbeida av (faglærar):	Kontrollert av (ein av desse):			Underskrift frå
	Annan lærar	Sensor	Instituttleiar/ Fagkoordinator	Instituttleiar/ Fagkoordinator:
Steinar Johannesen	Sølve Selstø			

Emnekode: FO 010 A

Oppgåve 1 :

a) Deriver desse funksjonane:

i) $f(x) = \ln x + \sin(2x)$ ii) $g(x) = e^{3x}\sqrt{1+x^2}$

b) Finn desse integrala:

i) $\int (x^{1.2} + \sin(3x))\,dx$ ii) $\int_1^2 x^2 \ln x\,dx$

c) Bestem desse grenseverdiane – dersom dei eksisterar:

i) $\lim_{x\to -1} \frac{2x}{1-x^2}$ ii) $\lim_{x\to\infty} x^2\left(1-\cos\frac{2}{x}\right)$

Oppgåve 2 :

a) Finn ei matrise P som diagonaliserer matrisa $A = \begin{pmatrix} 8 & -5 \\ 4 & -4 \end{pmatrix}$, og finn den tilhøyrande diagonalmatrisa D.

b) Løys differensiallikningssystemet

$$\begin{aligned} x_1'(t) &= 8x_1 - 5x_2 \\ x_2'(t) &= 4x_1 - 4x_2 \end{aligned} .$$

Oppgåve 3 :

Vi tenkjer oss at ein i ein større kommune har laga ein modell for utviklinga av folketalet dei neste fire åra. Dei har kome fram til at farten folketalet veks med, vil følgje denne funksjonen:

$$f(t) = 1 - t + \frac{6}{\pi}\sin\left(\frac{\pi}{3}t\right) , \quad D_f = [0,4] .$$

Her er tida t gitt i år, og f er gitt i eininga 1000 personar per år.

a) Etter denne modellen, når vil folketalet auke raskast, og når vil folketalet avta raskast?

b) Om modellen stemmer, kva blir den totale endringa i folketalet etter desse fire åra?

c) Ut frå modellen, set opp ei likning som bestemmer når folketalet er på det høgaste i løpet av desse fire åra. (Du skal ikkje løyse denne likninga.)

<u>Oppgåve 4</u> :

a) Gitt to matriser

$$A = \begin{pmatrix} 3 & 4 & -1 \\ 1 & 1 & 3 \end{pmatrix} \quad \text{og} \quad B = \begin{pmatrix} 0 & -1 & 4 \\ 2 & 2 & -2 \\ 1 & 1 & -2 \end{pmatrix} .$$

Finn $2A$, AB og $B^2 - 3A$ dersom dei eksisterar.

c) Finn B^{-1} dersom matrisa eksisterar.

c) Avgjer kva for verdiar av a som gir følgjande likningssystem eksakt ei løysing:

$$\begin{array}{rcrcrcr} (a-1)\,x & - & y & + & (a+3)\,z & = & -2 \\ 2\,x & + & (a+1)\,y & - & (a+1)\,z & = & 2 \\ x & + & y & + & (a-3)\,z & = & 2 \end{array} .$$

d) For kva verdiar av a har likningssystemet
   i) uendeleg mange løysingar?
   ii) inga løysing?

Skriv løysingane på vektor-form når det er uendeleg mange løysingar.

e) Løys systemet for $a = 1$.

<u>Oppgåve 5</u> :

Løys desse initialverdiproblema:

a) $y'' + 6y' + 13y = 0$, $y(0) = 0$, $y'(0) = 1$

b) $\frac{dy}{dx} = \frac{2x}{y + x^2 y}$, $y(0) = -2$

c) $y' + 3y = \sin x$, $y(0) = 0$

Oppgåve 6 :

Den lineære transformasjonen S er ein loddrett projeksjon på xz-planet. Ein annan lineær transformasjon T er gitt ved

$$T\left(\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix}\right) = \begin{pmatrix} 2x_3 - x_2 \\ x_1 + 4x_2 - 7x_3 \\ 3x_2 - 5x_1 \end{pmatrix} .$$

a) Finn standardmatrisa A til transformasjonen S og standardmatrisa B til transformasjonen T.

b) Vis at standardmatrisa til den samansette transformasjonen gitt ved $S(T(\mathbf{x}))$ er

$$\begin{pmatrix} 0 & -1 & 2 \\ 0 & 0 & 0 \\ -5 & 3 & 0 \end{pmatrix} .$$

Finn også standardmatrisa til den samansette transformasjonen gitt ved $T(S(\mathbf{x}))$.