Innlevering	ELFE MAFE KJFE Matematikk 1000 HIOA
	Obligatorisk innlevering 1
Innleveringsfrist	Mandag 31. august 2015 før forelesningen 12:30
Antall oppgaver:	5

1

Uttrykk følgende komplekse tall både på kartesisk form som $a + bi$ og på polar form som $re^{i\theta}$ ($r \geq 0$ og $0 \leq \theta < 2\pi$). Svarene skal gis eksakt

a) $23.54 - 23.54i$

b) $(1 - i)^2$

c) $e^{-1+\pi i/6}$

d) $(1 + \sqrt{3}i)e^{3\pi i/4}$

e) $\dfrac{-1 - i}{\sqrt{3} + i}$

2

Løs følgende likninger over $\mathbb{C}$ (finn løsninger blant de komplekse tallene). Oppgi svarene eksakt.

a) $iz - \sqrt{3} = i$

b) $e^{\pi i/4}z + e^{\pi i/6} = 0$

c) $\dfrac{z - 1}{z + 1} = i$

d) $z = \dfrac{-\sqrt{3}i - 1}{z}$

e) $z^2 + (1 + i)z = -i$

f) $\overline{z} = \dfrac{1}{z}$

3

Faktoriser følgende polynomer som et produkt av:
1) irredusible reelle polynomer og
2) lineære komplekse polynomer

a) $x^3 + 3x$

b) $z^6 + 8z^3$

c) $y^4 + 1$

Hint: I deloppgave c) er det kanskje enklest å først finne den komplekse faktoriseringn først og deretter benytte denne til å finne den reelle faktorisetingen.

4

Bestem løsningene til likningssystemet

$$(2+i)z - iw = 3$$

$$5z - (i-1)w = 2 - i$$

5

a) En feil (som vi ser en del av i eksamensbesvarelsene) er å påstå at inversen til en sum $a+b$ er lik summen av inversen til a og b. Vis at dette faktisk aldri er sant for noen reelle tall. Med andre ord, vis at for reelle tall a og b (slik at $a \neq 0$, $b \neq 0$ og $a+b \neq 0$) så er alltid

$$\frac{1}{a+b} \neq \frac{1}{a} + \frac{1}{b}.$$

b) Beskriv alle komplekse tallpar a og b slik at

$$\frac{1}{a+b} = \frac{1}{a} + \frac{1}{b}$$

er sant (Det finnes uendelig mange slike tallpar).

Hint: Sammenhengen mellom a og b kan for eksempel uttrykkes som en annengradslikning i a med koeffisienter i b.