Innlevering	ELFE KJFE MAFE Matematikk 1000 HIOA
	Obligatorisk innlevering 6
Innleveringsfrist	Mandag 9. november 2015 før forelesningen 12:30
Antall oppgaver:	5

1

Beskriv alle løsningene til differensiallikningssystemene nedenfor.

a)

$$y' - 3y = \cos(x) \qquad y(0) = 1$$

b)

$$y'(2x-3) = 4x^2y^2 \qquad y(2) = 1/10$$

c)

$$y' + 3x^5 = 2x^2y \qquad y(0) = 2$$

d)

$$y'' - 5y' + 8y - 4 = 0$$

Benytt også Eulers metode til å finne estimater til løsningen av randverdiproblemene ovenfor. Forsøk med forskjellig steglengder og undersøk hvor nøyktig estimatene blir.

Dere kan benytte matlabkode som ligger på hjemmesiden eller lage deres egne implementeringer.

2

Vi skal studere bevegelsen til et objekt som faller i et konstant gravitasjonsfelt når vi tar hensyn til luftmotstanden. Vi velger positiv retning til å være nedover (i samme retning som gravitasjonskraften).

Anta at luftmotstand er proporsjonal til kvadratet til farten. La proporsjonalitetskonstanten til luftmotstanden for vårt objekt være l. Luftmotstanden er da lik $-lv^2$, hvor $v(t)$ er farten ved tiden t.

Vi antar at legemet slippes fra en veldig stor høyde så det tar en stund før det treffer bakken.

1. Vis at farten tilfredstiller differensiallikningen

$$mv' = mg - lv^2$$

hvor m er massen og g er gravitasjonskonstanten.

Vis at farten etter hvert vil stabilisere seg og nærme seg $V_0 = \sqrt{mg/l}$.

2. Løs differensiallikningen for farten $v(t)$. Finn løsningen som tilfredstiller initialkravet $v(0) = 0$. Dette vil si at legemet slippes og ikke kastes i tiden $t = 0$.

3. Hvor lang tid tar det fra et legeme slippes til de når 90% av farten V_0? (Vi antar dette skjer før legemet når bakken!)

4. Finn et uttrykk for distansen legemet har falt fra tiden $t = 0$ til tiden T. Vi antar også her at $v(0) = 0$. (Og selvsagt at legemet ikke har truffet bakken ved tiden T.)

Hvis det er behov for hjelp kan dere sjekke forelesningen 18. april 2013 på hjemmesiden til forkurs matematikk 2013.

3

Sett opp en differensiallikning for kurver gitt ved en funksjon $y(x)$ med følgende egenskaper: Kvadratet av stigningstallet til kurven i punktet $(x, y(x))$ er lik stigningstallet til linjen som går gjennom origo og punktet $(x, y(x))$.

Løs differensiallikningen og finn løsningene.

4

Gjør oppgave 5 i eksamen februar 2014 (oppgavene ligger på hjemmesiden til kurset).

5

Gjør oppgave 11 i eksamen august 2015 (oppgavene ligger på hjemmesiden til kurset).