Matematikk 1000

vingeoppgaver i numerikk – leksjon 2

Om indeksering og om komplekse tall

I dette oppgavesettet skal vi fortsette å se på helt elementære operasjoner i MATLAB (du vil få mer spennende oppgaver etterhvert). Vi minner om at noe støttelitteratur i bruk av MATLAB er å finne på nettsida til kurset. Videre har MATLAB et søkevindu oppe i høgre hjørne. Der kan man søke etter diverse funksjoner og få informasjon om hva de gjør. Funksjonene `'help'` og `'lookfor'` vil også være nyttige; de kommer vi tilbake til. I tillegg kan man finne mye nyttig literatur og demonstrasjoner på nettet også. Og, ikke minst, vi lærere vil gjerne hjelpe dere med å finne ut av det som dere eventuelt måtte lure på.

Som nevnt tidligere, betyr ikke det at der er mye tekst at oppgavene er veldig omfattende.

Vi forutsetter at leksjon 1 er gjort.

Oppgave 1 – Vektorer

a) Variablene i MATLAB kan være tall, vektorer eller tabeller (*matriser*) [1].

   Vi kan for eksempel tilordne vektoren $\vec{x} = [1, 0, -3, 7]$ på denne måten:

```
>> x=[1, 0, -3, 7]
```

   Gjør dette. Man kan også gjøre det samme uten komma, bare mellomrom, mellom elementene i vektoren.

   Undersøk hva som skjer om du skriver '`x(2)`' i kommandovinduet. Hva får du om du skriver '`x(end)`', '`x(1:3)`' eller '`x(3:end)`'?

   Vi ser at når vi tilordner vektoren $[1, 0, -3, 7]$ til variabelen `x`, blir variabelen `x` skrevet ut til skjerm; tallene `x`-vektoren består av blir lista opp i kommandovinduet. Om $\vec{x}$ hadde vært en lang vektor, en med mange

[1] Rettnok kan også variable være korte tekster, såkalte *strenger*, men det skal vi ikke gå nærmere inn på her.

elementer, kunne dette bli ganske plagsomt. Undersøk hva som skjer om vi legger til et semikolon, '`;`', etter tilordinga; '`x=[1, 0, -3, 7];`'.

b) Forsøk å regne ut $\vec{x}^2$. Gir meldinga du da får mening? Forsøk å skrive '`>> x.^2`'. Hvordan tolker du dette svaret?

c) Undersøk hva som skjer når du skriver '`>> 1:5`'. Ut fra dette, hvordan kan du enkelt skrive opp alle heltall fra -3 til 3? Om vi vil liste opp alle tall fra og med a til b i steg på d, kan det skrives slik: `a:d:b`. Forsøk å skrive en vektor med alle disse tallene på en effektiv måte: 0, 0.25, 0.5, ..., 1.75, 2.

d) La y vere en vektor som består av alle partall fra og med 2 til og med 10. Hva skjer om du skriver '`>> length(y)`'? Skriv gjerne '`>> help length`' for å få informasjon om denne funksjonen.

e) Lag en vektor med fem eller flere komponenter og gi den et eller annet navn. Forsøk å få omkalfatre vektoren din slik at tallene kommer i stigende rekkefølge. Ikke gjør dette "for hånd"; finn en funksjon i MATLAB som gjør dette for deg.

   Klarer du å finne en funksjon som summerer alle tallene i vektoren?

   For å finne ut av slike ting, kan nok søkevinduet oppe i høgre hjørne være nyttig. Det kan nok google være også. I MATLAB finnes det også en funksjon som heter `lookfor`. Om du for eksempel skriver "`>> lookfor ting`", vil du få opp alle kommandoer/funksjoner som kan ha med '`ting`' å gjøre.

f) Forsøk å finne ut hva funksjonen `linspace` gjør. Forsøk å bruke den. Også her kan nok `help`-funksjonen være nyttig.

Som du kanskje aner, har MATLAB mange funksjoner innebygd. Dette kurset vil *ikke* handle om å lære seg å bruke alle disse; vi kommer bare til å fokusere på de aller mest elementære funksjonene og kommandoene. Dette er tilstrekkelig for å kunne implementere de numeriske metodene vi skal lære i kurset.

Oppgave 2 – Matriser

I MATLAB kan vektorer være enten rekkevektorer, som i oppgave 1, eller søylevektorer. En søylevektor kan for eksempel se slik ut

$$\vec{v} = \begin{bmatrix} 2 \\ -4 \\ \pi \end{bmatrix} .$$

a) Tilordne denne vektoren i MATLAB. Det kan gjøres ved å bruke linjeskift mellom hvert element, eller ved å sette semikolon mellom hvert element.

Ei *matrise* kan vi se på som rekke- og søylevektorer på "kryss og tvers". Dette er et eksempel på ei matrise:

$$M = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 7 & 4 \\ -2 & 2 & 9 & 8 \\ 1.4 & -7 & 14 & 0 \end{bmatrix} .$$

Den har tre rekker og fire søyler.

b) Tilordne matrisa M i MATLAB. (Ikke vær redd for å spørre om hjelp eventuelt.)

I oppgave 1 så vi at vi kan *indeksere* elementene i en vektor; `x(3)` er element nummer 3 i vektoren `x`, for eksempel. Elementene i ei matrise har *to* indekser – n for rekkenummeret og n for søylenummeret.

c) Hvilket element får vi om vi skriver '`M(2,3)`'? Og hva blir skrevet til skjerm om vi skriver '`M(3,:)`', eller '`M(3,2:4)`'? Forsøk å hente ut søyle 2 i M og *undermatrisa* som består elementene i rekke 2 og 3 fra og med søyle 2.

Oppgave 3 – Komplekse tall

Et komplekst tal er satt sammen av en realdel og en imaginær del,

$$z = x + iy \quad ,$$

der x og y er reelle, og i er den imaginære enheten. Vi kan se på denne som rota av -1, $i = \sqrt{-1}$. Når z står på forma over, sier vi at tallet er gitt på *kartesisk form*. Alternativt kan vi gi det komplekse tallet på *polarform*:

$$z = re^{i\theta} \quad .$$

r kalles modulus eller absoluttverdien til det komplekse tallet z, mens θ ("tetta") kalles fasen. De ulike formene er relatert ved at

$$x = r\cos\theta \quad \text{og} \quad y = r\sin\theta \quad ,$$

eller motsatt:

$$r^2 = x^2 + y^2 \quad \text{og} \quad \tan\theta = \frac{y}{x} \quad .$$

MATLAB vil normalt gi komplekse tall på kartesisk form. Som vi så i leksjon 1, er i en av de variablene som er tilordna fra før i MATLAB. Den imaginære enheten er også tilordna til variabelen `j` – for dem som måtte foretrekke det.

a) Bruk MATLAB til å finne disse tallene på kartesisk form:

i) $e^{i\pi}$

ii) $\sqrt{7}\, e^{i\pi/4}$

iii) $0.365\, e^{1.21i}$

b) I MATLAB vil `abs`-funksjonen gi absoluttverdien til et komplekst tall, mens fasen kan finnes med en funksjon som heter `angle`. Bruk MATLAB til å finne polarforma til følgende tall:

i) $1 - i$

ii) i

iii) $7 + 2i$

c) Skriv følgende tall både på kartesisk form og på polarform. Kontrollr at en utregning med papir og blyant gir det samme som MATLAB. (Det holder at du sammenligner de kartesiske formene.)

i) $(1 - i)(1 + i)$

ii) $(3 - 7i)(2 + i)$

iii) $\dfrac{1 - i}{2 - 3i}$

iv) $\dfrac{\sqrt{8}\, e^{i\pi/3}}{\sqrt{2}\, e^{-i\pi/6}}$

Ekstraoppgave – Rekkeoperasjoner

I dette kurset skal vi bruke en del tid på å rekkeredusere matriser. Dette er en teknikk som blant annet blir brukt til å løse system av lineære likninger. I forbindelse med dette, utfører vi *rekkeoperasjoner* på matriser. Vi har tre typer rekkeoperasjoner:

1) Man kan la to rekker i matrisa bytte plass.

2) Man kan multiplisere ei rekke med et tall ulik null.

3) Man kan legge et multiplum av ei rekke til ei anna rekke – altså la ei rekke bli endra til det du fr nr tu legger til et tall ganger ei anna rekke.

Forsøk å finne ut hvordan slike rekkeoperasjoner kan utføres i MATLAB[2].

Hint:
Operasjon 2) kan utføres slik:

```
>> A1=A;
>> A1(3,:)=2*A(3,:);
```

Her tenker vi oss at ei matrise `A` er tilordna fra før. Først kopierer vi `A` til `A1`. Så sier vi at rekke 3 i `A1` skal være 2 ganger rekke 3 i `A`.

[2]Pussig nok, kan man synes, har ikke MATLAB slike funksjoner innebygd.