Oppgaver til oppfriskningskurs i matematikk. Dag 1.

mandag 11. aug 03.
Jan O. Kleppe

Oppg. 1 Løs ligningene

a) $x^2 - 8x + 15 = 0$ b) $6x^2 - x = 2$ c) $x^4 - 11x^2 + 18 = 0$

Oppg. 2 Faktorisér uttrykkene ved å bruke kvadratsetningene

a) $x^2 - 25$ b) $x^2 + 12x + 36$ c) $7x^2 - 63$ d) $x^2 - 14x + 49$

Oppg. 3 Forkort om mulig brøkene

a) $\dfrac{10x + 2x^2}{5x}$ b) $\dfrac{9 - x^2}{3 + x}$ c) $\dfrac{27a - 9}{9a^2 - 1}$ d) $\dfrac{2x - 1}{4x^2 - 1}$ e) $\dfrac{2x - 1}{4x^2 + 1}$

Oppg. 4 Vis at $x = 2$ er en løsning av $x^2 + 5x - 14 = 0$ (uten å løse ligningen). Finn raskt den andre løsningen (uten å bruke abc-formelen) og faktoriser uttrykket $x^2 + 5x - 14$.

Oppg. 5 Faktoriser uttrykkene

a) $x^2 - 4x - 5$ b) $2x^2 - 12x + 10$ c) $4ab - 2a^2 - 2b^2$

Oppg. 6 a) Faktorisér uttrykket $3x^2 + 3x - 18$ og forkort brøken $\dfrac{3x^2 + 3x - 18}{x^2 + 3x}$ b) Forkort brøken $\dfrac{x^2 + 2x - 3}{x^2 - 6x + 5}$.

Oppg. 7 Trekk sammen

a) $\dfrac{5 - x}{x + 3} + \dfrac{2x}{x - 1}$ b) $\dfrac{2}{x^2 - 4x} + \dfrac{x}{x - 4}$ c) $\dfrac{x - 2}{x - 3} + \dfrac{x}{x^2 - 9} - 2$

Oppg. 8 Regn ut og skriv så enkelt som mulig

a) $\dfrac{2t - 4}{t^2} \cdot \dfrac{t^4 - t^3}{t - 2}$ b) $\dfrac{x^2 + 1}{3x - 1} : \dfrac{3x^3 + 3x}{6x - 2}$ c) $\left(\dfrac{4}{x - 3} - \dfrac{4}{3x - 9}\right) : \dfrac{3x + 6}{x^2 - 9}$

Oppg. 9 Skriv enklere uten å bruke lommeregner

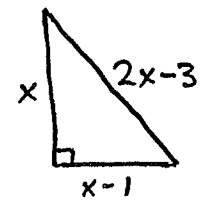
a) $2^{\frac{1}{3}} \cdot 2^{\frac{2}{3}}$ b) $\sqrt[3]{a} \cdot \sqrt[3]{a^2}$ c) $\dfrac{a^{1/3} \cdot a^{1/4}}{a^{5/12}}$ d) $\dfrac{\sqrt{a} \cdot \sqrt[3]{a} \cdot \sqrt[4]{a}}{\sqrt[12]{a}}$

Oppg. 10 Løs likningene

a) $\dfrac{x + 1}{x - 2} + \dfrac{x^2 - 4x - 3}{(x + 1)(x - 2)} = \dfrac{x + 7}{x + 1}$ b) $\dfrac{2}{2x + 3} + \dfrac{6}{4x^2 - 9} = \dfrac{1}{2x - 3}$

ANM: Noen av oppgavene er hentet fra Erstad, Heir, Bjørnsgård's bøker

Oppg. 11 Bestem sidene i trekanten til høyre



Oppg. 12 a) To størrelser y og x er proporsjonale. Proporsjonalitetsfaktoren er 8. Hvor stor er y når x = 6.5

b) Doseringstabell for et legemiddel for barn :

Barnets vekt	5 kg	10 kg	20 kg	30 kg
Medisinmengde	3.5 ml	7 ml	14 ml	21 ml

Undersøk om doseringen er proporsjonal med barnets vekt. Hvor stor dose skal i så fall et barn på 25kg ha?

Fasit, dag 1

1a) $x=5$, $x=3$ b) $x=\frac{2}{3}$, $x=-\frac{1}{2}$ c) 3, -3, $\sqrt{2}$, $-\sqrt{2}$

2a) $(x-5)(x+5)$ b) $(x+6)^2$ c) $7(x-3)(x+3)$ d) $(x-7)^2$

3a) $\frac{10+2x}{5}$ b) $3-x$ c) $\frac{9}{3a+1}$ d) $\frac{1}{2x+1}$ e) kan ikke forkortes

4) $x=-7$. Videre $x^2+5x-14 = (x-2)(x+7)$

5a) $(x+1)(x-5)$ b) $2(x-1)(x-5)$ c) $-2(a+b)^2$

6 a) $3(x-2)(x+3)$ og $\frac{3(x-2)}{x}$ b) $\frac{x+3}{x-5}$

7a) $\frac{x^2+12x-5}{(x+3)(x-1)}$ b) $\frac{x^2+2}{x(x-4)}$ c) $\frac{-x^2+2x+12}{x^2-9}$

8a) $2t(t-1)$ b) $\frac{2}{3x}$ c) $\frac{8(x+3)}{9(x+2)}$

9a) 2 b) a c) $a^{1/6} = \sqrt[6]{a}$ d) a

10 a) $x=3$, $x=4$ b) $x = \frac{3}{2}$.

11) 3, 4 og 5 (dvs. $x=4$)

12) $y = 52$ b) Doseringen er prop. med barnets vekt
Et barn på 25 kg skal ha 17.5 ml

Oppfriskningskurs i matte. Dag 2

Tirsdag 12. aug 03 Jan O. Kleppe

Oppg. 1 Finn ligningen for de rette linjene som har stigningstall 3 og som går gjennom

a) origo b) -2 på y-aksen c) punktet $(-1,-2)$

Tegn de 3 linjene i samme koordinatsystem

Oppg. 2 Finn ligningen for de rette linjene som går gjennom

a) $(1,1)$ og $(-1,-2)$ b) $(-1,2)$ og $(1,-2)$. Tegn linjene

Oppg. 3 Finn ligningen for parabelen som går gjennom

$(-2,0)$, $(0,4)$ og $(2,0)$. Tegn parabelen.

Oppg. 4 Løs ligningene

a) $4-\sqrt{x+8}=x$ b) $5x-2\sqrt{x}=7$

Oppg. 5 a) Utfør polynomdivisjonen

$$(3x^3-7x^2-7x+3):(x+1)$$

b) Løs ligningen $3x^3-7x^2-7x+3=0$

Oppg. 6 a) Gitt funksjon $f(x)=x^3-6x^2-x+30$

Regn ut $f(-2)$. Faktoriser x^3-6x^2-x+30 fullstendig

b) Vis at $x=1$ er en løsning av ligningen $x^3-2x+1=0$. Finn alle løsningene av likningen.

Oppg. 7 Løs ligningssettet

$$x-4y+3z=8$$
$$2x+5y-4z=0$$
$$x-2y+5z=2$$

"3 ligninger med 3 ukjente"

Oppg. 8 Forkort om mulig brøkene

a) $\dfrac{2x^2-8x+8}{x-2}$ b) $\dfrac{x^3-2x^2-5x+6}{x-3}$ c) $\dfrac{x^2+x-2}{2x^3-x^2+x-2}$

Oppg. 9 Løs de irrasjonale likningene

a) $\sqrt{5-x} = x+1$ b) $\sqrt{x+3} = \sqrt{x} + 3$

Oppg. 10 Løs likningssettet og gi en geometrisk tolkning av det:

$$2x - y = -1$$
$$x^2 + y^2 = 13$$

Oppg. 11

Hans og Grethe handler mel, poteter og sukker tre ganger. Tabellen viser hvor mange kilo de kjøpte, og hvor mange kroner de betalte til sammen for varene. Hva var prisen pr. kg for hver varesort?

	Mel (i kg)	Poteter (i kg)	Sukker (i kg)	Til sammen (i kroner)
1. gang	4,0	2,5	3,0	67,70
2. gang	2,0	7,5	2,0	69,00
3. gang	7,5	3,6	4,0	104,98

Fasit

1a) $y = 3x$ b) $y = 3x - 2$ c) $y = 3x + 1$

2a) $y = \frac{3}{2}x - \frac{1}{2}$ b) $y = -2x$ 3 $y = 4 - x^2$

4a) $x = 1$ (og $x = 8$ forkastes) b) $x = \frac{49}{25}$

5a) $3x^2 - 10x + 3$ b) $x_1 = -1$, $x_2 = 3$, $x_3 = 1/3$

6a) $f(-2) = 0$, $(x+2)(x-5)(x-3)$ b) $1, \frac{-1+\sqrt{5}}{2}, \frac{-1-\sqrt{5}}{2}$

7) $x = 3$, $y = -2$, $z = -1$

8) a) $2x - 4$ b) $x^2 + x - 2$ c) $\frac{x+2}{2x^2 + x + 2}$

9) a) $x = 1$ (og $x = -4$ forkastes) b) ingen løsning

10) To sett av løsninger, nemlig $(x, y) = \left(\frac{6}{5}, \frac{17}{5}\right)$ og $(x, y) = (-2, -3)$
Geometrisk framstiller $2x - y = -1$ en rett linje og $x^2 + y^2 = 13$ en sirkel med sentrum i origo og med radius $\sqrt{13}$. Løsningene er koordinatene til skjæringspunktene mellom linja og sirkelen.

11) x = kilopris for mel, y = kilopris for poteter, z = kilopris for sukker. Får "3 ligninger med 3 ukjente". Får løsningen $x = 6.20$, $y = 4.80$, $z = 10.30$

ANM Noen oppgaver er hentet fra Erstad, Hein, Bjørnsgård's bøker.

Oppfriskningskurs i matte. Dag 3

Onsdag 13. aug 03

Oppg. 1 Finn $y' = \frac{dy}{dx}$ når

a) $y = 2x^4 + x^5$ b) $y = (x^3+1)(x+2)^5$ c) $y = (x^2+3x+3)^4$

d) $y = \frac{3x^2}{x^2+1}$ e) $y = \frac{x-1}{\sqrt{x}}$ f) $y = (\sqrt{x}+x)^4$

g) $y = \sqrt{x^3+3x}$ h) $y = \frac{x}{(2x+2)^2}$ i) $y = xe^{x^2}$

j) $y = \frac{e^{-x}}{1-e^x}$ k) $y = x^4 \cdot \sqrt{x}$ l) $y = x^2 e^{\frac{1}{x}}$

Oppg. 2 Funksjonen f er gitt ved $f(x) = x^2 - 6x + 5$

a) Finn nullpunktene til $f(x)$.
b) Finn $f'(x)$ og bestem intervallene hvor f vokser eller avtar.
c) Finn eventuelle ekstremalverdier til $f(x)$. Tegn grafen.
d) Finn ligningen for tangenten i det punktet på kurven hvor $x=4$.

Oppg. 3 Finn ligningen for tangenten til kurven $y = \sqrt{x^3+3x}$ i punktet $(1,2)$.

Oppg. 4 En funksjon er gitt ved $f(x) = \frac{1}{3}x^3 - x^2 + \frac{2}{3}$

a) Finn $f'(x)$ og bestem intervallene hvor $f(x)$ vokser eller avtar.
b) Bestem eventuelle maksimal- og minimalverdier av f.
c) Tegn grafen. Finn nullpunktene til $f(x)$.

Oppg. 5 Bestem intervallene der grafen til $f(x) = x^4 - 8x^2 + 2x$ vender den hule siden opp eller ned og finn vendepunktene.

Oppg. 6 Gitt $f(x) = (2x+1)^2 \cdot \sqrt{x^2+1}$.

a) Finn $f'(1)$ tilnærmet ved å beregne $\frac{\Delta y}{\Delta x}$ med $\Delta x = 0.1$
b) Finn $f'(1)$ eksakt.

Oppg. 7 En sirkulær kokeplate (med radius r) utvider seg under oppvarming. Ved tiden $t=0$ skrur vi på plata. Vi antar at radien $r=r(t)$ (målt i cm) ved tiden t (målt i min.) er gitt ved $r = 10 + \frac{1}{10}\cdot\sqrt{t}$. Hvor mye forandrer r seg pr tidsenhet på det tidspunktet $t=25$ min?

Oppg. 8 En kule følger banen $y = 2x - x^2/10$.

a) Finn banens høyeste punkt.

Vanskelig! b) Ved et visst tidspunkt befinner kula seg i punktet $(5, \frac{15}{2})$ på banen. Vi måler da farten av kula i horisontal retning og finner $\frac{dx}{dt} = 10$ m/s. Hva er kulas fart i vertikal retning?

Oppg. 9 Gitt $f(x) = 2x^2 + x$. Bruk definisjonen av $f'(x)$ til å finne $f'(x)$.

FASIT

1a) $y' = 8x^3 + 5x^4$ b) $y' = (x+2)^4 \cdot (8x^3 + 6x^2 + 5)$

c) $y' = 4(x^2+3x+3)^3 \cdot (2x+3)$ d) $y' = \frac{6x}{(x^2+1)^2}$

e) $y' = \frac{x+1}{2x\sqrt{x}}$ f) $y' = 4(\sqrt{x}+x)^3 \cdot (\frac{1}{2\sqrt{x}} + 1)$ g) $y' = \frac{3x^2+3}{2\sqrt{x^3+3x}}$

h) $y' = \frac{2-2x}{(2x+2)^3}$ i) $y' = e^{x^2} \cdot (1+2x^2)$ j) $y' = \frac{2-e^{-x}}{(1-e^x)^2}$

k) $y' = \frac{9}{2}x^{7/2} = \frac{9}{2}x^3 \cdot \sqrt{x}$ l) $y' = (2x-1)e^{1/x}$.

2a) $x=1$ og $x=5$ b) $f'(x) = 2x-6$. f avtar i $\langle -\infty, 3]$ og f vokser i $[3, \infty\rangle$ c) Minimum i $(3, -4)$ d) $y = 2x - 11$

3) Tangent: $y - 2 = \frac{3}{2}(x-1)$, dvs. $y = \frac{3}{2}x + \frac{1}{2}$.

4a) $f'(x) = x^2 - 2x$. Vokser i $\langle -\infty, 0]$ og i $[2, \infty\rangle$. Avtar i $[0, 2]$

b) Max. i $(0, \frac{2}{3})$. Min. i $(2, -\frac{2}{3})$ c) Nullpunkter: $1 \pm \sqrt{3}$, 1

5) Hul side opp i $\langle -\infty, -\frac{2}{\sqrt{3}}\rangle$ og i $\langle \frac{2}{\sqrt{3}}, \infty\rangle$.

Hul side ned i $\langle -\frac{2}{\sqrt{3}}, \frac{2}{\sqrt{3}}\rangle$. Vendepunkter når $x = -\frac{2}{\sqrt{3}}$ og $x = \frac{2}{\sqrt{3}}$

6a) $\frac{\Delta y}{\Delta x} \approx 24.9$ (med $x=1$ og $\Delta x = 0.1$) b) $f'(1) = \frac{33}{2}\sqrt{2} \approx 23.33$

7) $\frac{dr}{dt} = 0.01$ cm/min

8a) $(10, 10)$ b) $\frac{dy}{dt} = (2 - \frac{x}{5}) \cdot \frac{dx}{dt} = 10$ m/s

9) $\frac{\Delta y}{\Delta x} = 4x + 2 \cdot \Delta x + 1$. Derfor er $y' = \lim_{\Delta x \to 0} \frac{\Delta y}{\Delta x} = 4x + 1$.

Oppfriskningskurs i matematikk. Dag 4

Torsdag 14 aug 03

Oppg. 1 Finn $y' = \frac{dy}{dx}$ når

a) $y = x^2 \cdot \sqrt[3]{x^2}$ b) $y = \frac{1}{e^{2x}}$ c) $y = x e^{x^3 + x^2}$

d) $y = x \ln x$ d) $y = \ln(x^2+1)$ f) $y = \ln(e^{2x}+1)$

Oppg. 2 Regn ut

a) $\dfrac{a^{\frac{2}{5}} \cdot a^{\frac{3}{10}}}{a^{\frac{1}{10}} \cdot a^{\frac{7}{5}}}$ b) $\dfrac{\sqrt{a} \cdot \sqrt[3]{a} \cdot \sqrt[6]{a}}{a}$ c) $\dfrac{(a^2)^3 \cdot a^{-2}}{(a\sqrt{a})^2}$

Oppg. 3 Regn ut (uten å bruke kalkulator)

a) $27^{2/3}$ b) $\sqrt[4]{81} + \sqrt[3]{8} + \frac{1}{2^{-1}}$ c) $\lg 4 + 2\lg 5$

Oppg 4 Skriv uttrykkene enklere

a) $e^{\ln 2}$ b) $e^{-\ln x}$ c) $e^{3\ln x}$ d) $e^{2\ln x - \ln 3}$

Oppg 5 Skriv som potens av e (dvs, skriv alle tallene/uttrykkene på formen $e^{f(x)}$)

a) 5 b) x c) 2^x d) $10^{-\frac{x}{10}}$

Oppg. 6 Løs ligningene

a) $e^x = 10$ b) $e^x = 4e^{-x}$ c) $10^x = 2$ d) $100^x - 3 \cdot 10^x + 2 = 0$

Oppg. 7 Skriv uttrykkene enklere

a) $\frac{1}{2}\ln 4$ b) $\frac{1}{3}\ln 27$ c) $\dfrac{\ln 27 - \ln 3 + \ln 4}{\ln 3 + \ln 2}$ d) $\frac{1}{2}\ln\dfrac{\sqrt{2}+1}{\sqrt{2}-1}$

Oppg. 8 Løs ligningene

a) $\ln x - 3 = 0$ b) $2\ln x = \ln 4$ c) $3\ln x + \ln 27 = 0$ d) $(\ln x)^2 - 4\ln x + 3 = 0$

Oppg. 9 Løs ligningene

a) $e^{2x} - 4 = 0$ b) $e^{2x} - 3e^x + 2 = 0$ c) $2\lg(3x+1) - \lg(x^2+1) = 1$

Oppg. 10 Skriv svaret uttrykt ved $\ln a$ og $\ln b$

a) $\ln(a^2 \cdot b^3) - \ln(a \cdot b)$ b) $\ln \frac{1}{a \cdot b} + 2\ln(a \cdot b)$

c) $\ln\left(\frac{b^2}{a^3}\right) - 2\ln a$ d) $\ln(a^2 \cdot b) + \ln\left(\frac{b}{a}\right)$

FASIT

1a) $y' = \frac{8}{3} x^{5/3}$ b) $-2e^{-2x}$ c) $e^{x^3+x^2} \cdot (1+2x^2+3x^3)$

d) $y' = \ln x + 1$ e) $y' = \frac{2x}{x^2+1}$ f) $y' = \frac{2e^{2x}}{e^{2x}+1}$

2a) $a^{-\frac{4}{5}} = \frac{1}{\sqrt[5]{a^4}}$ b) 1 c) a

3a) 9 b) 7 c) 2

4a) 2 b) $\frac{1}{x}$ c) x^3 d) $\frac{x^2}{3}$

5a) $e^{\ln 5}$ b) $e^{\ln x}$ c) $e^{x \ln 2}$ d) $e^{-\frac{x}{10}\ln 10}$

6a) $\ln 10$ b) $\ln 2$ c) $\frac{\ln 2}{\ln 10}$ d) $x = \frac{\ln 2}{\ln 10}$ og $x = 0$

7a) $\ln 2$ b) $\ln 3$ c) 2 d) $\ln(\sqrt{2}+1)$

8a) $x = e^3$ b) $x = 2$ c) $x = \frac{1}{3}$ d) $x = e^3$, $x = e$

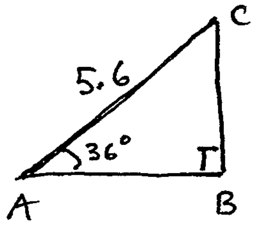
9a) $x = \ln 2$ b) $x = 0$, $x = \ln 2$ c) $x = 3$

10 a) $\ln a + 2\ln b$ b) $\ln a + \ln b$

c) $2\ln b - 5\ln a$ d) $\ln a + 2\ln b$

Oppfriskningskurs i matematikk. Dag 5

Oppg. 1 I en trekant ABC er $B = 90°$ og $A = 36°$. Finn katetene AB og BC når hypotenusen $AC = 5.6$



Oppg. 2 I trekanten ABC er $C = 90°$. Regn ut de ukjente sidene og vinklene når a) $AB = 8$ og $BC = 3$ b) $A = 31.4°$ og $BC = 2.9$

Oppg. 3 I en trekant ABC er $AB = 6$ og $AC = 5$.

a) Finn BC når $A = 20°$. Hva blir arealet av trekanten?

b) Finn (den minste) vinkelen C når $B = 30°$

Oppg. 4 I en trekant ABC er $AB = 4$, $BC = 6$ og $AC = 7$. Regn ut vinklene i trekanten

Oppg. 5 Løs ligningene når $x \in [0°, 360°\rangle$

a) $3\cos x - 2 = 0$ b) $4\cos x + 3 = 0$ c) $3\cos^2 x + \cos x - 1 = 0$

d) $5\sin x = 1$ e) $3\sin x + 2 = 0$

f) $\tan x - 2.475 = 0$ g) $\tan^2 x = 3$ h) $3\tan^2 x - \tan x - 4 = 0$

Oppg. 6 Finn eksakte verdier for $\cos v$, $\sin v$ og $\tan v$ når

a) $v = 240°$ b) $v = -150°$ c) $v = 165°$

Oppg. 7 Finn de eksakte verdiene av $\cos u$, $\tan u$, $\sin 2u$, $\cos 2u$ og $\tan 2u$ når u er en vinkel i 1. kvadrant (dvs $0° \le u \le 90°$) som oppfyller $\sin u = \frac{1}{4}$.

Oppg. 8 Finn de eksakte verdiene av $\sin u$, $\cos u$, $\sin 2u$ og $\cos 2u$ når u er en vinkel som oppfyller $\tan u = 3$ (og $0° < u < 90°$)

Oppg. 9 Løs ligningene i $[0°, 360°\rangle$.

a) $1 + \cos v = \sin^2 v$ b) $\cos^2 v = \sin 2v$ c) $\sin 2x = \sqrt{3}\cos 2x$

d) $3\cos^2 x = 8\sin x$ e) $3\sin^2 x = \sin x \cos x + 4\cos^2 x$

f) $2\tan x = \frac{1}{\cos^2 x}$

Oppg. 10 Finn $y' = \frac{dy}{dx}$ når

a) $y = x\sin x$ b) $y = \frac{\cos x}{\sqrt{x}}$ c) $y = \cos(2x+1)$

d) $y = \sin(\sqrt{x}+2)$ e) $y = \sin x^2$ f) $y = \sin^2 x$

g) $y = \tan 2x$ h) $y = x^2 \cdot \cos(\ln x)$

Oppg. 11 I en trekant ABC er omkretsen lik 15, $A = 60°$ og $BC = 7$. Sett $AB = x$ og finn AC uttrykt ved x. Regn så ut AB og AC.

Oppg. 12 Vis (ved regning) at

a) $\sin 2x - (\cos x + \sin x)^2 = -1$ b) $\dfrac{\sin x - \frac{1}{\sin x}}{\frac{\cos x}{\sin x}} = -\cos x$

FASIT

1) $AB = 4.5$, $BC = 3.3$ 2a) $AC = 7.4$, $A = 22.0°$, $B = 68.0°$

2b) $AB = 5.6$, $AC = 4.8$, $B = 58.6°$

3a) $BC = 2.15$, Areal $= 5.13$ b) $C = 36.9°$

4) $A = 58.8°$, $B = 86.4°$ og $C = 34.8°$

5a) $48.2°$, $311.8°$ b) $138.6°$, $221.4°$ c) $64.3°$, $140.1°$, $219.9°$, $295.7°$

5d) $11.5°$, $168.5°$ e) $221.8°$, $318.2°$ f) $68.0°$, $248.0°$

5g) $60°$, $120°$, $240°$, $300°$ h) $53.1°$, $135°$, $233.1°$, $315°$

6a) $\cos 240° = -\frac{1}{2}$, $\sin 240° = -\frac{\sqrt{3}}{2}$, $\tan 240° = \sqrt{3}$

6b) $\cos(-150°) = -\frac{\sqrt{3}}{2}$, $\sin(-150°) = -\frac{1}{2}$, $\tan(-150°) = \frac{\sqrt{3}}{3}$

6c) $\sin 165° = \frac{1}{4}(\sqrt{6}-\sqrt{2})$, $\cos 165° = -\frac{1}{4}(\sqrt{6}+\sqrt{2})$, $\tan 165° = \sqrt{3}-2$

7) $\cos u = \frac{1}{4}\sqrt{15}$, $\tan u = \frac{1}{15}\sqrt{15}$, $\sin 2u = \frac{1}{8}\sqrt{15}$, $\cos 2u = \frac{7}{8}$, $\tan 2u = \frac{1}{7}\cdot\sqrt{15}$

8) $\sin u = \frac{3}{10}\sqrt{10}$, $\cos u = \frac{1}{10}\cdot\sqrt{10}$, $\sin 2u = \frac{3}{5}$, $\cos 2u = -\frac{4}{5}$

9a) $90°$, $180°$, $270°$ b) $26.6°$, $90°$, $206.6°$, $270°$

9c) $30°$, $120°$, $210°$, $300°$ d) $19.5°$, $160.5°$ e) $53.1°$, $135°$, $233.1°$, $315°$

9f) $45°$, $225°$

10a) $y' = \sin x + x\cos x$ b) $y' = \dfrac{-2x\sin x - \cos x}{2x\sqrt{x}}$

10c) $y' = -2\sin(2x+1)$ d) $y' = \dfrac{\cos(\sqrt{x}+2)}{2\sqrt{x}}$ e) $y' = 2x\cos x^2$

10f) $y' = 2\sin x\cos x$ g) $y' = \dfrac{2}{\cos^2 2x}$ h) $y' = 2x\cos(\ln x) - x\sin(\ln x)$

11) $AC = 8 - x$, $AB = 4 - \sqrt{11} \approx 0.7$ og $AC = 4 + \sqrt{11} \approx 7.3$ eller omvendt.

Oppfriskningskurs i matematikk, Dag 6

mandag 18. aug 03

Oppg. 1 En kurve er gitt ved $y = \frac{1}{3}x^3 - x^2 - 3x$

a) Finn kurvens bunn- og toppunkt, samt vendipunkt
Tegn fortegnsskjema for $f'(x)$ og for $f''(x)$.

b) Finn likningen for vendetangenten. Skissér kurven med vendetangenten

c) Vis at kurvetangenten i origo skjærer kurven i bunnpunktet.

Oppg. 2

a) Forenkl uttrykkene (1) $\dfrac{\ln\sqrt{x} - 3\ln\sqrt[4]{x}}{\ln x}$ og (2) $\dfrac{\ln(a+1) - \ln(a^2-1)}{\ln(a-1)}$

b) Løs ligningene (1) $3e^{2x+1} \cdot e^{-x+2} = e^{3+2x}$, og

(2) $\ln(x+1) = 2\ln 2 + \frac{1}{2}\ln(x-3)$.

Oppg. 3 Deriver funksjonene, a en konstant

(1) $y = 2x \cdot \sin x$ (2) $y = \dfrac{x}{x^2-1}$ (3) $y = \ln\left(\frac{1}{2}(x^2+a)\right)$

(4) $y = e^{\cos x} \cdot \sin 2x$ (5) $y = \dfrac{\sin^2 x}{x}$

(6) $y = 4e^{\sin(x^2)}$ (7) $y = x^2\sqrt{x}(\ln x)^2$

(8) $y = \cos(\ln(\sqrt{x}+1))$

Oppg. 4 Løs ligningene i $[0, 360^\circ\rangle$

a) $\sin^2 x - 4\sin x + 4 = 0$

b) $\sin^2 x - 2\sin x\cos x + \cos^2 x = 0$

c) $3 = 2\cos^2 x + 3\sin x$

d) $2\cos x + 2\sin x = \sqrt{2}$

e) $\sqrt{3}\cos x - \sin x = 1$

FASIT

1a) Toppunkt: $(-1, \frac{5}{3})$, bunnpunkt: $(3, -9)$ vendepunkt $(1, -\frac{11}{3})$

1b) $y = -4x + \frac{1}{3}$

2a) (1) $-\frac{1}{4}$ (2) -1

2b) (1) $x = \ln 3$ (2) $x = 7$

3) 1) $y' = 2\sin x + 2x\cos x$ 2) $y' = -\dfrac{x^2+1}{(x^2-1)^2}$

3) $y' = \dfrac{2x}{x^2+a}$ 4) $y' = e^{\cos x}(2\cos 2x - \sin x \sin 2x)$

5) $y' = \dfrac{\sin x\,(2x\cos x - \sin x)}{x^2}$ 6) $y' = 4e^{\sin(x^2)} \cdot \cos(x^2) \cdot 2x$

7) $y' = x^{3/2} \cdot \left(\frac{5}{2}(\ln x)^2 + 2\ln x\right)$

8) $y' = -\dfrac{\sin(\ln(\sqrt{x}+1))}{2(x+\sqrt{x})}$

4 a) Ingen løsning b) $45°$, $225°$

c) $30°, 150°, 90°$, d) $105°$, $345°$

e) $30°$, $270°$